



JANDIRA CATILA MOREIRA DE ALMEIDA

LICENCIADA

Integração de dados de sondagens e amostras de mina na construção de um modelo de teores – O caso de estudo do Depósito de Feitais, Minas de Aljustrel

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Geológica

Orientador: Doutor José António de Almeida,

Prof. Associado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL

Coorientador: Doutor João Francisco Correia Gonçalves,

Departamento de Geologia da ALMINA – Minas do Alentejo, S.A.

Júri:

Presidente: Doutor Paulo do Carmo Sá Caetano

Arguente: Doutora Carla Alexandra de Figueiredo Patinha

Vogais: Doutor João Francisco Correia Gonçalves



Janeiro 2019

**INTEGRAÇÃO DE DADOS DE SONDAGENS E AMOSTRAS DE MINA NA CONSTRUÇÃO DE UM
MODELO DE TEORES – O CASO DE ESTUDO DO DEPÓSITO DE FEITAIS, MINAS DE ALJUSTREL**

Copyright © Jandira Catila Moreira de Almeida, Faculdade de Ciências e Tecnologia,
Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

A elaboração deste trabalho certamente não seria possível sem o apoio e contributo de várias pessoas e entidades, às quais gostaria de expressar os meus sinceros agradecimentos:

À Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa pelo ensino e acolhimento ao longo da minha formação académica, e em particular aos Departamentos de Ciências da Terra e de Engenharia Civil, que constituíram os principais locais onde adquiri grande parte dos meus conhecimentos.

À empresa ALMINA – Minas do Alentejo, S.A. por ter aceite mais um desafio em trabalhar juntamente com a nossa instituição em prol do desenvolvimento científico, disponibilizando para este fim os dados necessários para realização deste trabalho, bem como, toda a informação acessória necessária.

À empresa *Midland Valley* que tem em vigor um protocolo de utilização educacional com a Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para o *software* Move®

Ao meu coorientador Doutor João Francisco Correia Gonçalves, responsável pelo Departamento de Geologia da ALMINA; por toda a ajuda, atenção e disponibilidade.

Ao professor Doutor José António de Almeida, meu orientador, com quem tive o orgulho de trabalhar ao longo destes anos e pelo desafio que me propôs. Gostaria de expressar o quão importante foi para mim ter partilhado conhecimento com uma pessoa de tamanha inteligência, integridade e um grande exemplo de dedicação.

A todos os meus professores que contribuíram para a minha evolução intelectual, em particular à professora Doutora Ana Paula Silva, professor Doutor Paulo Caetano, professor Doutor Pedro Lamas, professor Doutor Carlos Galhano, professor Doutor Joaquim Simão, professora Doutora Graça de Brito, professor Doutor José Carlos Kullberg e professor Doutor Christopher Aurretta.

A todos os meus amigos, que de alguma forma, direta ou indireta, contribuíram em todo este processo. Com especial referência às minhas grandes amigas Marilene e Keila por terem estado sempre disponíveis para mim, pelo carinho e amizade. Mais do que amigas vocês são como se fossem irmãs para mim.

Ao meu pai, ao qual tenho o grande orgulho e enorme satisfação de chamar de “papá”. Obrigada por teres acreditado em mim, por teres investido o melhor de ti para que eu fosse cada vez melhor, pelas lições de vida que me ensinaste e pela maneira positiva como sempre me incentivas a encarar a vida.

À minha mãe, o melhor ser humano que alguma vez conheci. Mãe muito obrigada por seres tão especial.

Aos meus queridos irmãos por fazerem parte da minha vida. Um especial agradecimento, a minha irmã Nara por tudo que és para mim e pelo amor incondicional que nos une.

Por último, gostaria ainda de expressar o meu eterno agradecimento a um dos meus grandes amores, do qual a memória jamais esquecerá, a ti Sweetie minha estrelinha e eterna companheira.

"...a habilidade de julgar bem e de distinguir o verdadeiro do falso, denominada por nós bom senso ou razão, é igual em todos os Homens e, por conseguinte, a diversidade de opiniões não se deve ao facto de uns serem mais racionais do que outros, mas tão somente à forma como conduzimos os nossos pensamentos por diferentes trilhos, não considerando as mesmas coisas..."

René Descartes

RESUMO

A Mina de Aljustrel, em laboração há décadas, dispõe de uma enorme coleção de dados de teores, provenientes de quilómetros de sondagens e galerias de mina, pelo que é importante estudar qual a melhor forma de integração destes dados, de diferentes proveniências, nos modelos geológicos de teores. A construção e atualização de modelos de teores de depósitos minerais em exploração é uma tarefa fundamental de boas práticas mineiras, porque promove o bom aproveitamento dos minérios.

O objetivo deste estudo é testar cenários de integração dos dados de teores, provenientes de sondagens e amostras de mina, para obter modelos geológicos de teores em metal, minimizando o erro de estimação. Foram testadas quatro hipóteses.

Na hipótese H.1 juntam-se os dados de sondagem e mina como se tivessem a mesma origem; na hipótese H.2 faz-se uma primeira estimação global só com os dados da mina e utiliza-se este modelo estimado como informação secundária para uma segunda estimação (co-estimação) onde a informação principal é a das sondagens; finalmente, na terceira hipótese H.3 fazem-se duas estimativas independentes, uma só com os dados das sondagens e outra só com os dados da mina, e juntam-se *à posteriori* estas duas estimativas independentes de forma ponderada. A estas três hipóteses juntou-se uma hipótese de referência (H.0) que consiste em utilizar apenas os dados de sondagens. Estas hipóteses foram avaliadas individualmente com base num teste de validação cruzada conduzido para a localização das amostras das sondagens.

Destas quatro hipóteses testadas, os resultados de H.3 foram os melhores para todos os elementos químicos estudados (cobre, zinco e arsénio). Importa referir que os resultados obtidos não foram muito diferentes entre si, todavia verificou-se existir vantagens em combinar dados de sondagens com amostras de mina.

No final fez-se a avaliação comparativa de recursos para todo o volume em estudo, primeiro só com os dados das sondagens e depois com os dados das sondagens mais da mina com a estratégia da hipótese H.3. Os teores médios globais destes dois cenários são muito semelhantes, fica assim demonstrado que a utilização das amostras de mina faz diminuir localmente o erro de estimação.

Palavras-chave: avaliação de recursos; modelo geológico de teores; sondagens; amostras de mina; integração de dados; geoestatística; krigagem; teste de validação cruzada.

ABSTRACT

The Aljustrel Mine, which has been in operation for decades, has a huge collection of metal grades data from kilometres of drillings and mine galleries samples, so it is important to study how to integrate these different sources data into the geological models. The construction and updating of models of mineral deposits is a fundamental task of good mining practices, because it promotes the proper use of ores.

The objective of this study is to test several scenarios for the integration of the metal grades data from drillings and mine samples to obtain a better geological model, minimizing the estimation error. Four hypotheses were tested.

In the hypothesis H.1, both data from boreholes and mine samples are merged as if they had the same origin; in the hypothesis H.2, a global estimation is made only with the data from the mine and this model is used as secondary information for a second estimation (co-estimation) where the main information is the borehole data; finally, in the third hypothesis H.3 two independent estimates are made, one with the data of the boreholes and another with the data of the mine, and these two independent estimates are linearly combined at the end. A hypothesis of reference (H.0) was also considered, that consists in using only the data of the boreholes. These hypotheses were evaluated individually based on a cross-validation test conducted for the location of the boreholes samples.

Of these four hypotheses evaluated, the results of H.3 were the best for all the studied chemical elements (copper, zinc and arsenic). It should be noted that the results obtained were not very different from each other, but it was found that there were advantages in combining drilling data with mine samples.

At the end, the benchmarking of resources for the entire study volume was done, first only with the data of the surveys and then with the data of the more surveys of the mine with the strategy of the H.3 hypothesis. The overall grade averages are almost the same, it is thus shown that the use of mine samples causes local decrease of the estimation errors.

Keywords: resource assessment; geological model of grades; boreholes; mine samples; data integration; geostatistics; kriging; cross-validation test.

Índice Geral

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento do tema e objetivo	1
1.2 Organização da Dissertação	3
2. AS MINAS DE ALJUSTREL E A EMPRESA ALMINA.....	4
2.1 Localização geográfica das Minas de Aljustrel.....	4
2.2 Breve historial das Minas de Aljustrel e da empresa ALMINA	6
2.3 Enquadramento geológico e tipologia do depósito mineral de Feitais	7
2.3.1 Enquadramento geológico	7
2.3.2 Tipologia do depósito mineral de Feitais	8
3. MÉTODOS	11
3.1 construção de modelos geológicos para explorações mineiras	11
3.1.1 Introdução.....	11
3.1.2 Processos construtivos de modelos geológicos.....	13
3.2 Estratégia de amostragem utilizada pela ALMINA	16
3.2.1 Sondagens.....	16
3.2.2 Galerias e frentes de desmonte	17
3.3 Teoria de suporte.....	18
3.3.1 Introdução à geoestatística e à variografia	18
3.3.1.1 Conceito de variáveis regionalizadas	19
3.3.1.2 Análise da continuidade espacial	21
3.3.2 Estimação por Krigagem	24
3.3.2.1 Krigagem simples	24
3.3.2.2 Krigagem normal	25
3.3.2.3 Cokrigagem colocalizada simples e normal	25
3.3.3 Teste de validação.....	27

3.4	Metodologia proposta.....	30
3.4.1	Análise estatística univariada e bivariada.....	31
3.4.2	Hipóteses testadas para juntar os dados de sondagens e de amostras de mina 31	
4.	CASO DE ESTUDO	35
4.1	Descrição da informação de partida	35
4.2	Preparação da informação de partida.....	36
4.3	Análise univariada.....	37
4.4	Análise bivariada.....	39
4.5	Análise da continuidade espacial	41
4.6	Correlação entre os teores das sondagens e das amostras de mina	47
4.7	Testes de integração de dados.....	50
4.7.1	H0 – Krigagem simples e normal (só dados das sondagens).....	50
4.7.2	H1 – Krigagem simples e krigagem normal (dados de sondagens e amostras de mina)	53
4.7.3	H2 – Cokrigagem colocalizada simples e normal (dados de sondagens e amostras de mina).....	55
4.7.4	H3 – Krigagem Simples com calibração (dados de sondagens e amostras de mina)	57
4.8	Estimação 3D dos teores em cobre, zinco e arsénio para o volume em estudo 60	
5.	CONCLUSÕES	69
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	71

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Localização geográfica das minas de Aljustrel. Adaptado pelo autor de ArcGIS....	5
Figura 2.2 – Esboço geológico da Zona Sul Portuguesa. Fonte: Oliveira <i>et al</i> , 2013.....	7
Figura 3.1 – Exemplos esquemáticos de alguns dos métodos clássicos para avaliação de depósitos minerais: (a) malha regular de células ou blocos; (b) malha adaptada de células ou blocos; (c) método dos polígonos de influência; (d) e (e) triangulação; (f) método das secções. Fonte: Rodriguez <i>et al</i> , 1999.	14
Figura 3.2 – Amostragem pontual (a) e amostragem em canal (b) de 9 amostras numa frente de desmonte. Fonte: Gonçalves, 2009.....	18
Figura 3.3 – Variograma experimental e ajuste de modelo teórico.....	22
Figura 3.4 – Representação esquemática da metodologia proposta.....	30
Figura 4.1 – Representação 3D das sondagens, a vermelho minérios maciços e a azul minérios <i>stockwork</i>	36
Figura 4.2 – Representação 3D das amostras de mina sobrepostas com as sondagens e pormenor da malha de recolha das amostras de mina, em cada avanço são recolhidas 9 amostras segundo uma malha de 3 por 3.....	37
Figura 4.3 – Histogramas de barras dos teores em cobre, zinco e arsénio dos dados das sondagens.....	37
Figura 4.4 – Histogramas de barras dos teores em cobre, zinco e arsénio das amostras de mina.....	38
Figura 4.5 – Matriz de diagramas de dispersão construída com as variáveis em estudo para as amostras de sondagens.....	40
Figura 4.6 – Matriz de diagramas de dispersão construída com as variáveis em estudo para as amostras de mina.....	40
Figura 4.7 – Variogramas experimentais calculados na direção das sondagens para os elementos químicos cobre, zinco e arsénio e representação do patamar do efeito de pepita proposto	42
Figura 4.8 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável cobre para os dados das sondagens nas três direções analisadas e enquadramento do elipsoide de amplitudes na malha de sondagens.....	42
Figura 4.9 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável zinco para os dados das sondagens nas três direções analisadas e enquadramento do elipsoide de amplitudes na malha de sondagens.....	43

Figura 4.10 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável arsénio para os dados das sondagens nas três direções analisadas e enquadramento do elipsoide de amplitudes na malha de sondagens.....	43
Figura 4.11 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável cobre para os dados das amostras de mina nas três direções analisadas e a omnidirecional.....	44
Figura 4.12 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável zinco para os dados das amostras de mina nas três direções analisadas.	44
Figura 4.13 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável arsénio para os dados das amostras de mina nas três direções analisadas.	45
Figura 4.14 – Diagramas de dispersão para as variáveis cobre, zinco e arsénio entre os dados das sondagens e das amostras de mina	48
Figura 4.15 – Gráficos QQ para as variáveis cobre, zinco e arsénio entre os dados das sondagens e das amostras de mina	48
Figura 4.16 – Correlogramas cruzando os dados das sondagens e das amostras de mina em função da distância para os teores em cobre, zinco e arsénio	49
Figura 4.17 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos a H0, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável cobre) e respetiva representação gráfica	51
Figura 4.18 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos a H0, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável zinco) e respetiva representação gráfica.....	51
Figura 4.19 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos a H0, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (teor em arsénio) e respetiva representação gráfica.....	52
Figura 4.20 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H1, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável cobre) e respetiva representação gráfica comparativa com H0.....	53
Figura 4.21 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H1, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável zinco) e respetiva representação gráfica comparativa com H0.....	54
Figura 4.22 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H1, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável arsénio) e respetiva representação gráfica comparativa com H0.....	54

Figura 4.23 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H2, para cada os formalismos de cokrigagem normal e simples, e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável cobre) e respetiva representação gráfica comparativa com H0 e H1. ...	55
Figura 4.24 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H2, para cada os formalismos de cokrigagem normal e simples, e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável zinco) e respetiva representação gráfica comparativa com H0 e H1. ...	56
Figura 4.25 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H2, para cada os formalismos de cokrigagem normal e simples, e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável arsénio) e respetiva representação gráfica comparativa com H0 e H1. ...	56
Figura 4.26 – Gráficos do EM e EQM resultantes da estimação independente por KS e ponderação com variação do parâmetro β para a variável cobre (H3)	58
Figura 4.27 – Gráficos do EM e do EQM resultantes da estimação independente por KS e ponderação com variação do parâmetro β para a variável zinco (H3)	58
Figura 4.28 – Gráficos do EM e do EQM resultantes da estimação independente por KS e ponderação com variação do parâmetro β para a variável arsénio (H3)	59
Figura 4.29 – Vista a 3D da malha de blocos sobreposta com as linhas de sondagens (a vermelho litologias de maciço, a azul litologias de stockwork e a cinza as restantes) e os pontos de recolha das amostras de mina (pontos a pretos)	61
Figura 4.30 – Vista a 3D de alguns perfis EW com os blocos selecionados como estando a menos de 50 metros de uma sondagem ou de uma amostra de mina.	62
Figura 4.31 – Imagens parciais e imagem final relativas ao modelo de teores em cobre, perfil intermédio EW (IY=75): (a) teores estimados com os dados das sondagens; (b) teores estimados com os dados das amostras de mina; (c) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das sondagens; (d) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das amostras de mina; (e) modelo final dos teores em cobre.	63
Figura 4.32 – Imagens parciais e imagem final relativas ao modelo de teores em zinco, perfil intermédio EW (IY=75): (a) teores estimados com os dados das sondagens; (b) teores estimados com os dados das amostras de mina; (c) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das sondagens; (d) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das amostras de mina; (e) modelo final dos teores em zinco.	64
Figura 4.33 – Imagens parciais e imagem final relativas ao modelo de teores em arsénio, perfil intermédio EW (IY=75): (a) teores estimados com os dados das sondagens; (b) teores estimados com os dados das amostras de mina; (c) ponderadores do modelo de teores	

estimados com os dados das sondagens; (d) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das amostras de mina; (e) modelo final dos teores em arsénio.....	65
---	----

Índice de Tabelas

Tabela 4.1 – Estatísticos básicos univariados dos elementos químicos (Cobre, Zinco, Arsénio)	38
Tabela 4.2 – Matrizes dos coeficientes de correlação de Pearson (metade inferior a azul) e de Spearman (metade superior e vermelho) para as três variáveis em estudo, sondagens (à esquerda) e amostras de mina (à direita).....	39
Tabela 4.3 – Parâmetros dos modelos teóricos de variograma ajustados para as variáveis cobre, zinco e arsénio para os dados das sondagens	45
Tabela 4.4 – Parâmetros dos modelos teóricos de variograma ajustados para as variáveis cobre, zinco e arsénio para os dados das amostras de mina	46
Tabela 4.5 – Matriz de coeficientes de correlação de Pearson (azul) e de Spearman (vermelho) para as três variáveis em estudo entre os dados das sondagens e as amostras de mina	47
Tabela 4.6 – Valores do EQM para as três variáveis estudadas fazendo variar o ponderador β entre zero e um.	57
Tabela 4.7 – Síntese do parâmetro β e dos valores do EMR e EQMR obtidos por variável.	60
Tabela 4.8 – Configuração geométrica da malha de blocos utilizada para a estimação 3D segundo a metodologia H3.....	61
Tabela 4.9 – Teores médios em cobre, zinco e arsénio para os dados de partida (só no volume do modelo), para cada modelo parcial e para o modelo final ponderado.	66

1. INTRODUÇÃO

1.1 ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVO

A história do planeta Terra é feita de inúmeros acontecimentos importantes, sendo o surgimento do Homem um dos mais significativos. Entre os seres vivos que habitam a Terra, o Homem destaca-se pelas suas capacidades físicas e intelectuais. Estes atributos permitiram criar sociedades onde a geração seguinte tem sempre um nível de conhecimento e uso de tecnologias mais avançado do que a geração anterior.

O desenvolvimento tecnológico é, sem dúvida, o meio mais eficaz para dar resposta sustentável, e de longo prazo, aos problemas que se colocam às sociedades atuais, dos quais o mais importante é o crescimento demográfico e a forma de como todos poderão viver em simultâneo usufruindo de conhecimento, tecnologia, mobilidade e qualidade de vida.

Todas as tecnologias desenvolvidas e utilizadas pelo Homem baseiam-se em recursos naturais, nomeadamente recursos minerais, que estão disponíveis à superfície da Terra ou no subsolo a profundidades acessíveis. Para tal, foram desenvolvidas indústrias e tecnologias cada vez mais avançadas para exploração eficiente dos recursos minerais de todos os tipos (petróleo e gás, rochas e minerais industriais e minerais metálicos) (Pohl, 2016). Mesmo sabendo que a reciclagem é uma indústria emergente e em enorme crescimento, a exploração de recursos minerais continua e continuará a ser por muitas décadas uma atividade essencial nas sociedades atuais, sem a qual não é possível construir todos os objetos de conforto que hoje não dispensamos (carro, telemóvel, casa, computador, etc.) assim como fazer a transição desejável para a descarbonização. É então necessário procurar novos recursos minerais e também caracterizar ainda melhor os recursos conhecidos, mesmo os que já estão em exploração. O bom aproveitamento dos depósitos minerais é uma estratégia bem conhecida do setor mineiro e, para ser aplicada, o conhecimento de cada depósito mineral deve ser ainda maior (Rossi e Deutsch, 2014).

As indústrias que fazem a exploração dos recursos minerais metálicos têm a designação de minas. Estas instalações podem ser muito variadas, desde pequenas e familiares a muito grandes e geridas por empresas multinacionais. Pese embora a indústria mineira tenha ainda nos dias de hoje uma conotação negativa, fruto de más práticas no passado, as minas atualmente em operação na Europa, e também em Portugal, utilizam as melhores tecnologias disponíveis (MTD) em todo o ciclo produtivo e são alvo de fiscalização constante e apertada.

Uma exploração mineira atual compreende vários departamentos técnicos ou setores que interagem entre si, e os mais importantes e relacionados com a laboração propriamente dita são a Geologia, Planeamento, Topografia, Produção, Serviços e Lavaria. Um Departamento de Geologia tem a seu cargo a prospeção (sondagens, geofísica, amostras de mina, etc.),

interpretação geológica, construção de modelos em computador (morfologia e propriedades) e a avaliação de recursos (Rossi e Deutsch, 2014).

A prospeção geológico-mineira é feita em contínuo e inicia-se ainda antes da abertura da mina. Compreende sondagens, de superfície e fundo, e em fases mais avançadas da mineração pode incluir também amostras de mina. Todas as amostras recolhidas são processadas em laboratório de forma a obterem-se tipos de minério e teores nos principais elementos químicos relacionados com a exploração. Ao longo do período de vida de uma exploração mineira, são acumulados uma enorme quantidade de dados resultante de muitos quilómetros de sondagens e amostras de mina extraídas de galerias e desmontes. Todos estes dados são processados em computador de forma a obter-se o chamado modelo geológico 3D da mina que compreende a morfologia e os teores. Estes modelos são constantemente atualizados à medida que são obtidos mais dados (Rodriguez *et al*, 1994; Caers, 2011; Rossi e Deutsch, 2014; Matias *et al*, 2015).

A mina de Aljustrel é uma mina madura, e acumulou uma enorme quantidade de dados de teores realizados ao longo de várias décadas, tanto de sondagens como de amostras de mina. Tradicionalmente, os modelos geológicos da mina são construídos, ou só com os dados das sondagens, ou então misturando os dados das sondagens e das amostras de mina. Há alguma discussão na comunidade científica sobre se deve e como deve ser feita a junção destes dados (sondagens e amostras de mina), porque são dados obtidos com estratégias diferentes.

O objetivo deste trabalho é testar algumas hipóteses de junção dos dados provenientes de sondagens com os dados provenientes de amostras de mina para a construção de um modelo geoestatístico 3D de teores. Em suma, pretende-se verificar se existe efetivamente vantagem em juntar estes dados, e qual a “melhor” forma de o fazer, para criar um modelo geológico 3D ainda melhor, que utilize mais dados e com teoricamente menores erros de estimação. Para este estudo foram utilizados dados fornecidos pela ALMINA - Minas do Alentejo, S.A. (ALMINA), tanto de sondagens como de amostras de mina, relativamente a um setor do depósito mineral de Feitais.

Os programas informáticos utilizados para a elaboração do presente trabalho são: Microsoft Excel e rotinas programadas em Visual Basic 6.0 (para tratamento dos dados e preparação dos ficheiros); R® (para a realização das análises estatísticas univariada e bivariada); geoMS (para realização da variografia e da krigagem) e o Move® (para visualização e construção de modelos 3D).

1.2 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Como referido, a presente dissertação tem como principal propósito testar formas de junção de dados de sondagens e dados de amostras de mina de forma a permitirem a construção de um modelo 3D de teores com mais dados e, por isso, com menor erro de estimação. Este documento reporta o estudo e foi estruturado em seis capítulos conforme a sequência lógica adotada.

No primeiro capítulo é feita uma breve introdução à problemática abordada, assim como a descrição sucinta da organização do trabalho. Segue-se o capítulo dois, onde descreve-se sumariamente a história da empresa ALMINA; e faz-se um enquadramento geográfico e geológico do depósito de Feitais que serviu de suporte a este estudo.

O terceiro capítulo descreve a teoria das ferramentas geoestatísticas (variografia e krigagem) utilizadas neste estudo, assim como, são descritas as estratégias testadas de junção de dados de sondagens e amostras de mina.

No quarto capítulo apresenta-se o caso de estudo propriamente dito, incluindo todos os procedimentos, seus resultados e discussão. Apresenta-se ainda uma avaliação comparativa de recursos utilizando só os dados das sondagens e juntando os dados das sondagens mais amostras de mina com a estratégia de junção escolhida.

No quinto capítulo, serão retiradas as necessárias elações sobre os resultados e as eventuais limitações e recomendações que se entendam significativas para possíveis aplicações futuras. Por fim, apresentam-se a lista de referências bibliográficas no capítulo seis.

2. AS MINAS DE ALJUSTREL E A EMPRESA ALMINA

2.1 LOCALIZAÇÃO GEOGRÁFICA DAS MINAS DE ALJUSTREL

As Minas de Aljustrel situam-se na vila e concelho de Aljustrel, distrito de Beja, região do Alentejo e sub-região do Baixo-Alentejo, a 36 km de Beja, a capital de distrito, e a aproximadamente 170 km para SE de Lisboa (Figura 2.1). O concelho de Aljustrel contacta os municípios de Santiago do Cacém, Ferreira do Alentejo e Beja a W, N e E respetivamente, e os municípios de Castro Verde e Ourique a SE e SW, respetivamente. Ocupa uma área de 458,5 km², e tem uma população residente de, aproximadamente, 8.541 habitantes. De acordo com o decreto lei nº11-A/2013 de 28 Janeiro (2013), o município de Aljustrel é, em termos administrativos, constituído por quatro freguesias: União das freguesias de Aljustrel e Rio de Moinhos, São João de Negrilhos, Ervidel e Messejana. Está representado na Carta Militar de Portugal (escala 1:25000) nas folhas 529, 530, 538 e 539.

2. AS MINAS DE ALJUSTREL E A EMPRESA ALMINA

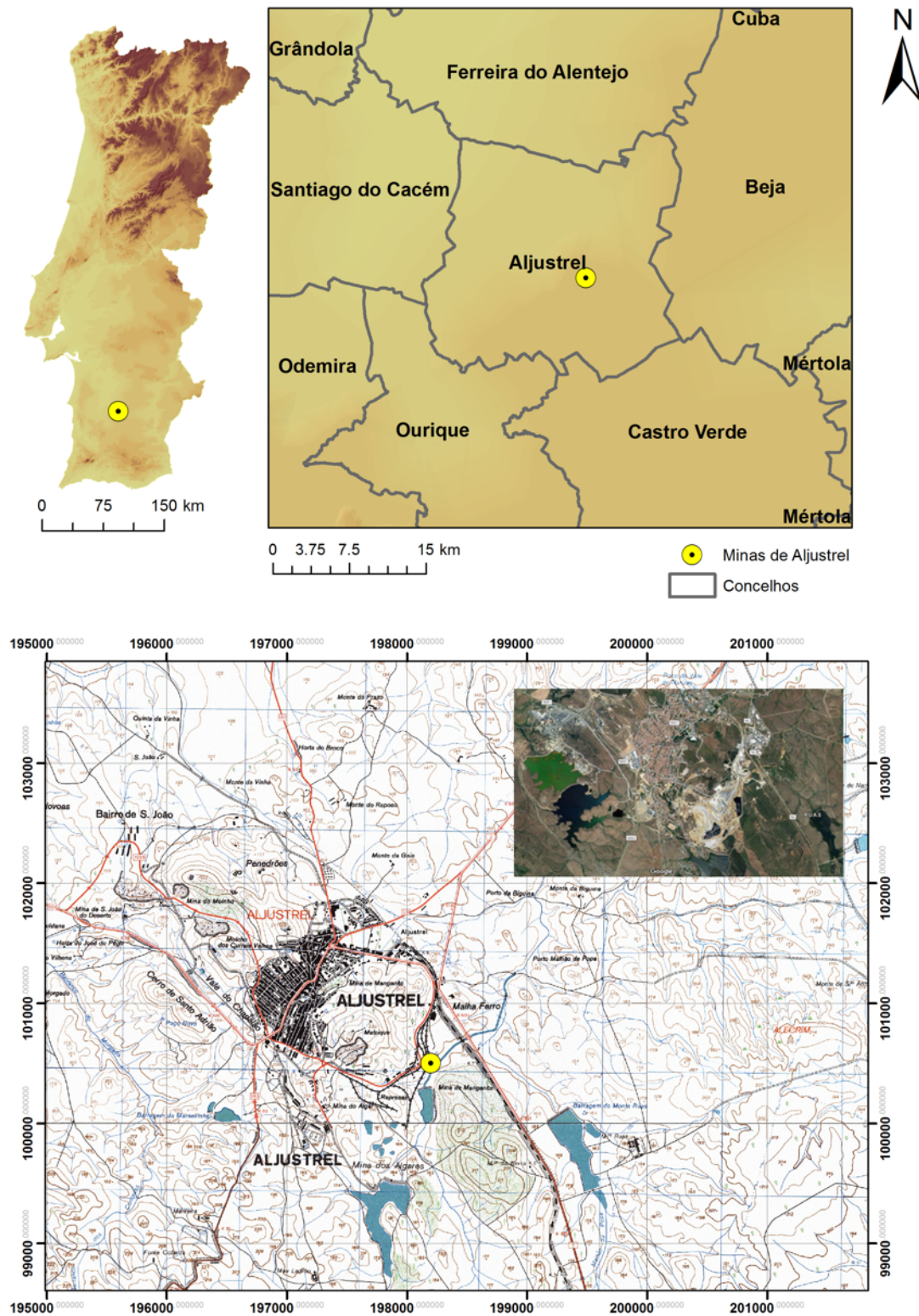


Figura 2.1 – Localização geográfica das minas de Aljustrel. Adaptado pelo autor de ArcGIS.

2.2 BREVE HISTORIAL DAS MINAS DE ALJUSTREL E DA EMPRESA ALMINA

O Concelho de Aljustrel detém uma história rica e de grande interesse cultural. A Vila de Aljustrel foi outrora uma antiga cidade romana de nome Vipasca, que posteriormente veio a ser denominada de Al-lustre pelos Árabes.

Os primórdios da exploração mineira naquela região remontam aos finais do 3º milénio a.C., durante a idade do Cobre. Existem vestígios que comprovam estes acontecimentos no morro de Nossa Senhora do Castelo, local onde habitava o povoado desse período

Entre os séculos I e IV deu-se a ocupação Romana. Esse período é marcado por grandes explorações mineiras por parte dos romanos na Península Ibérica, cujo final foi ditado pelas grandes oscilações na produção coincidentes com as crises do Império, dando assim, origem ao abandono da prática de extração.

Ao longo do tempo foram desenvolvidas diversas atividades mineiras, pouco duradoras, de entre quais encontram-se grandes hiatos históricos.

A primeira concessão de exploração mineira em Aljustrel foi atribuída a um cidadão espanhol em 1848. A atividade mineira foi de curta duração, vindo assim a perder a concessão.

Em 1964, foi descoberto o depósito de Feitais sob uma impressionante anomalia gravimétrica. Quer o levantamento gravimétrico, quer as primeiras sondagens, foram realizadas pela empresa Leo Cross Geophysics para a concessionária (Oliveira e Dias, 1998).

Após várias apropriações estrangeiras a concessão mineira de Aljustrel passou, em 1973, a ser propriedade da empresa Pirites Alentejanas, cujo maior acionista era o estado português com 50% de capital investido, vindo mesmo em 1975 e com as nacionalizações a ser detentor de 90% do capital da empresa, ficando os restantes 10% em poder dos belgas.

No início do século XXI a Eurozinc adquiriu a licença de exploração mineira de Aljustrel, e focou-se na exploração de zinco. Algum tempo depois, a Lundin Mining adquire a Eurozinc e faz grandes investimentos entre os quais desenvolve a exploração mineira do depósito de Feitais.

A transação mais recente ocorre quando a Lundin Mining vende a operação nacional ao grupo português Martifer, que em 2009 alterou o nome, nascendo assim a ALMINA - Minas do Alentejo, S.A. com foco na exploração de cobre. A produção de cobre propriamente dita teve início em 2010 e durou até 2017. Em 2018 a empresa recomeçou a produção de zinco.

2.3 ENQUADRAMENTO GEOLÓGICO E TIPOLOGIA DO DEPÓSITO MINERAL DE FEITAIS

2.3.1 ENQUADRAMENTO GEOLÓGICO

A área mineira de Aljustrel localiza-se no setor noroeste da Faixa Piritosa Ibérica (FPI), que por sua vez constitui um dos domínios tectonoestratigráficos da Zona Sul Portuguesa (ZSP).

A ZSP está subdividida em cinco domínios estruturais: Antiforma do Pulo do Lobo; Grupo "Flysch" do Baixo Alentejo; FPI; Complexo Ofiolítico de Beja-Acebuches (COBA) e Domínio Sudoeste Português (Antiformas de Bordeira e Aljezur) (Oliveira e Dias, 1998; Saez *et al*, 1999).

A FPI é, sem dúvida, uma das maiores, mais estudadas e mais importantes províncias metalogénicas de Sulfuretos Maciços Vulcanogénicos Polimetálicos do mundo, quer pelo número de ocorrências minerais já estudadas, quer pelo número de minas que têm vindo a ser exploradas ao longo do tempo, algumas de grandes dimensões e até de classe mundial (Figura 2.2) (Barriga *et al*, 1997). Com uma largura que pode atingir 60 km, a FPI estende-se por cerca de 250 km, desde o norte de Grândola, em Portugal, sob a bacia Terciária do Sado, até próximo de Sevilha, em Espanha, sob a bacia Terciária do Guadalquivir.

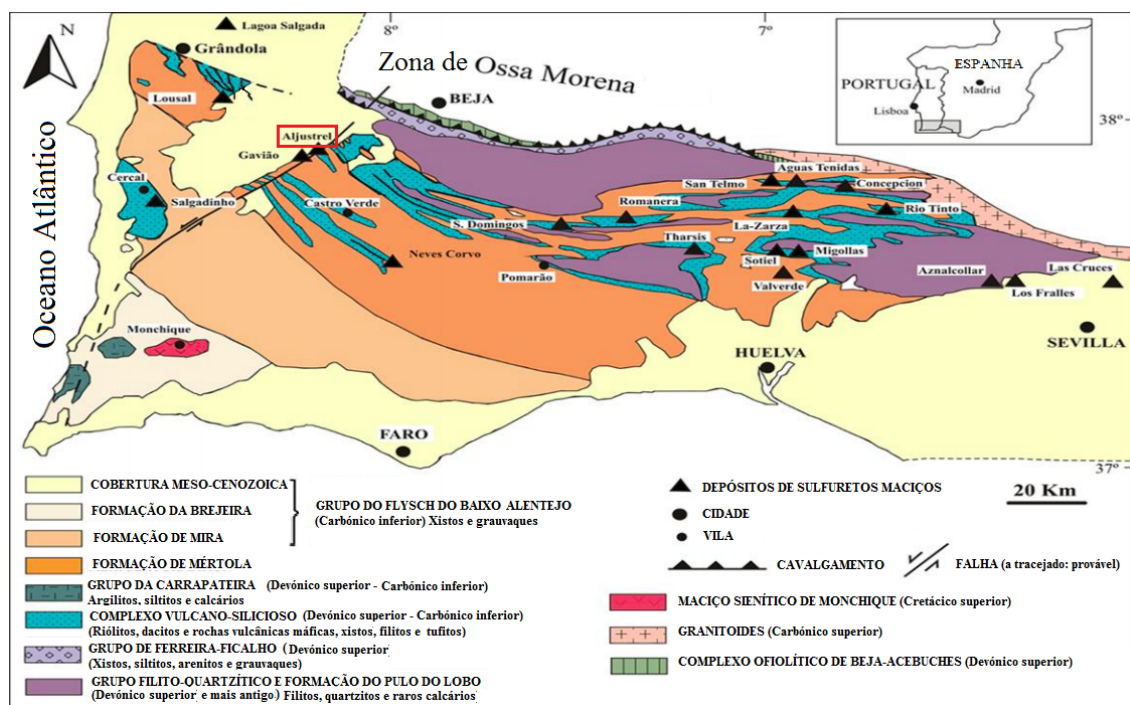


Figura 2.2 – Esboço geológico da Zona Sul Portuguesa. Fonte: Oliveira *et al*, 2013

O registo estratigráfico da FPI data do final do Devoniano até meio do Carbonífero. É formado por três unidades principais: (a) Grupo Filito-Quartzítico (GFQ ou PQ na terminologia corrente); (b) o Complexo Vulcano-Sedimentar (CVS) composto por rochas vulcânicas e vulcanoclásticas fêlsicas e menores, intercaladas com folhelhos e siltitos; e (c) o Grupo Flysch do Baixo Alentejo (GFBA). Na unidade CVS, as mineralizações vulcanogénicas de sulfetos maciços ocorrem tanto no topo das sequências vulcânicas fêlsicas quanto em íntima associação com xistos negros (Dias *et al*, 2013).

Em Aljustrel, a sequência estratigráfica é constituída por duas unidades fundamentais: o CVS, que compreende principalmente rochas vulcânicas ácidas com várias litofácies, jaspes, tufitos, sedimentos argilosos e, localmente, "pillow lavas" e os turbiditos da Formação de Mértola. Os sulfuretos aparecem sempre a topo das rochas vulcânicas ácidas e formam cinco depósitos principais. As reservas já calculadas apontam para quantitativos aproximados de 190 milhões de toneladas de minérios metálicos (Oliveira e Dias, 1998).

2.3.2 TIPOLOGIA DO DEPÓSITO MINERAL DE FEITAIS

A área mineira de Aljustrel engloba vários depósitos de sulfuretos maciços que contêm teores de grande interesse económico. Entre estes destacam-se: S. João, Moinho, Algarès, Estação, Gavião e Feitais, e este último é de onde provém os dados utilizados neste estudo. Estes depósitos classificam-se como de sulfuretos maciços vulcanogénicos e considera-se serem depósitos exalativos formados em meio marinho, em bacias delimitadas por falhas. Estão associados, espacialmente, com vulcanismo fêlsico, o qual se supõe ter sido a fonte de calor do sistema hidrotermal.

O depósito de Feitais ocorre na parte sudeste da Mina de Aljustrel, no flanco normal do anticlinal de Feitais. Está relacionado, espacial e temporalmente, com o volumoso vulcanismo fêlsico que aflora na área de Aljustrel. O depósito sobrepõe-se a zonas de “*Stockwork*”, extensas e ricas em cobre, que assinalam as condutas hidrotermais ao longo das quais os fluidos quentes, ricos em metais, ascendem à superfície para formar as massas de sulfuretos sobrejacentes.

Feitais é um corpo mineralizado de sulfuretos complexos com cerca de 1000 metros de espessura. Compreende as seguintes formações, da mais antiga para a mais recente:

- I. Riólito inferior
- II. Stockwork
- III. Riólito superior
- IV. Unidades Sedimentares Inferior (formação siliciosa do Paraíso)
- V. Unidade Sedimentar Superior (Grupo *Flysch*, Formação Culm, Formação de Mértola)

Alguns estudos propõem que os depósitos da Estação e de Feitais estariam inicialmente contíguos formando um único depósito, e que posteriormente foram separados por uma falha criando um rejeito de 600 metros entre eles.

Os depósitos maciços da região de Aljustrel têm uma mineralogia simples, sendo constituídos principalmente por pirite (>70%), com quantidades menores de calcopirite, esfalerite, galena, alguma tetraedrite e arsenopirite.

Os depósitos minerais evidenciam zonamentos, desde zonas mais ricas em cobre, a muro, passando por uma zona intermédia, pobre, de pirite, até uma zona mais rica em zinco, a teto. Os depósitos são sobrejacentes a zonas de “*Stockwork*” ricas em cobre, constituídas por material félsico, alterado, de origem vulcânica com veios de sulfuretos e clorite.

A zona do teto, rica em zinco, é constituída por pirite de grão fino com pequenas quantidades de esfalerite, galena, calcopirite e tetraedrite de grão fino, dispostas em banda ou disseminadas. Já os sulfuretos maciços do muro, ricos em cobre, são compostos por pirite e menores quantidades de calcopirite, tetraedrite, esfalerite e galena.

As zonas economicamente exploráveis e ricas em cobre distribuem-se pelo “*Stockwork*” e pelos maciços imediatamente adjacentes.

No depósito de Feitais os tipos de minério observados apresentam várias diferenças. Os minérios cupríferos são muito menos frequentes, e o teor de cobre nas mineralizações do “*Stockwork*” é de facto mais elevado que na mineralização maciça. Só o minério maciço de grão médio está presente, mas representando menos que 5% da tonelagem total. Ocorre imediatamente sobre a parte central do “*Stockwork*” (Oliveira e Dias, 1998).

Os tipos de minério mais representativos são:

Minério de grão fino bandado – As estruturas de fluxo são muito mais abundantes que no minério correspondente do depósito do Moinho. O teor em ferro das blendas é muito menor 2% em Feitais, para 6% no Moinho. Os carbonatos e barita são os minerais mais comuns da ganga.

Minério de grão grosseiro clástico – São observáveis todos os aspetos de transição entre as texturas convolutas e de fluxo, mencionadas acima, e as texturas claramente fragmentais. As texturas de sedimentação gradativa são também observáveis, ainda que pouco frequentes.

Minério maciço de grão fino – Apresenta alguma irregularidade de grão, nomeadamente devido a presença de bandas de pirite colofórmica.

3. MÉTODOS

3.1 CONSTRUÇÃO DE MODELOS GEOLÓGICOS PARA EXPLORAÇÕES MINEIRAS

3.1.1 INTRODUÇÃO

Um projeto de exploração mineira tem início quando numa determinada região os processos geológicos sejam, *à priori*, indicadores da existência de ocorrências minerais com potencial económico (Rossi e Deutsch, 2014). Logo que possível, procede-se à recolha de informação sobre o local de interesse, concretizando o seu conhecimento efetivo. Esse conhecimento é cumulativo no espaço e no tempo, e a sua abrangência evolui do regional para o local.

Rodriguez *et al* (1994) afirma que as principais fases do estudo geológico de um depósito mineral são:

1. **Prospecção** – reconhecimento de áreas potencialmente interessantes do ponto de vista geológico, para a identificação de locais com conteúdo mineral anómalo onde, posteriormente, os depósitos minerais podem ser delimitados.
2. **Pesquisa** – Estudo das áreas potenciais para mineração e determinação do volume total de recursos existentes.
3. **Avaliação de recursos** – estudo detalhado da quantidade, qualidade e disposição das mineralizações dentro das zonas exploráveis.

Nas fases iniciais de prospecção recorre-se, frequentemente, a elementos informativos tais como cartas geológicas, notícias explicativas, fotografias aéreas, e estudos anteriores. Posto isto, e uma vez reconhecidas em termos gerais as potencialidades da área em questão, são levados a cabo estudos mais minuciosos, nomeadamente geofísicos (sísmica e gravimetria), geológicos (sondagens superficiais, valas, sanjas) e geoquímicos (análise de teores de elementos químicos).

Devido à escassa informação inicial, estes estudos juntamente com uma componente interpretativa adequada, permitem a identificação de características geológicas específicas; como falhas ou tipos de rochas com características peculiares; possibilitam melhorar a confiança do conhecimento relativo a continuidade do “minério” e; geralmente fornecem informação relevante sobre os teores existentes.

Após a conclusão da etapa de prospecção, deve-se dispor de um número elevado de sondagens de reconhecimento com testemunhos, devidamente catalogados e arquivados. Por vezes, é realizado um arquivo fotográfico, e uma descrição das amostras e análises dos

testemunhos (Rodriguez *et al*, 1994). A informação obtida deve ser devidamente processada e armazenada numa base de dados de forma a permitir a construção de modelos geológicos.

Os modelos geológicos constituem uma representação espacial em computador de estruturas geológicas com interesse para um determinado objetivo. Podem incluir uma ou várias componentes geológicas (limites de camadas, falhas, fraturas, litologias, e tipos de minério) e propriedades (densidade, teores de elementos químicos, porosidade, permeabilidade, etc.) (Caers, 2011).

Os depósitos minerais são suscetíveis de serem materializados através de modelos em computador. A construção de um modelo numérico pressupõe a execução de diversos trabalhos ao longo de algumas etapas, e o problema inicial é escolher as ferramentas adequadas ao caso de estudo em questão (Catarino, 2009).

As principais etapas envolvidas na construção de modelos geológicos, representativos de um depósito mineral, são: recolha e seleção de dados; interpretação geológica e modelação; caracterização e gestão da incerteza geológica e de teores, por fim, atualização.

A informação geológica a partir de observações da realidade, é a base a partir da qual um modelo tridimensional de um depósito mineral é desenvolvido. Regra geral, essas informações são obtidas através de afloramentos de rochas, valas ou sanjas, sondagens ou cortes e trabalhos subterrâneos. Essas fontes fornecem observações diretas de rochas e minerais, mas representam uma proporção muito limitada do volume total de um depósito mineral e da sua envolvente (Sinclair & Blackwell, 2006).

Segundo os mesmos autores, mesmo no caso de um depósito mineral bem amostrado, o volume total de todas as amostras é cerca de um milionésimo do volume total do depósito. Deste pressuposto, existe a necessidade de uma componente interpretativa substancial para desenvolver um modelo tridimensional de um depósito mineral e rochas adjacentes. Esta componente interpretativa envolve a interpolação de características geológicas entre os locais amostrados, isto é, extensões de características entre dados conhecidos e/ou pode incluir alguma extrapolação (extensão externa a partir de dados conhecidos).

Na sequência da realização dos trabalhos de modelação e avaliação, é aconselhável o uso de ferramentas informáticas e geoestatísticas, pois estas possibilitam rápidas atualizações dos modelos e respetivos quantitativos à medida que vão sendo obtidos mais dados do depósito.

Em suma, de acordo com Rodriguez *et al* (1991), a investigação geológica realizada deve ser detalhada e cobrir os seguintes aspetos:

- História da exploração e investigações efetuadas,

- Investigação através de sondagens, recuperação de testemunhos, profundidade, espaçamento, análise e continuidade das mineralizações;
- Amostragem em galerias de prospeção e comparação com análises de testemunhos;
- Relação entre a quantidade de estéril e minério (REM);
- Metodologia específica de cálculo de reservas e critérios utilizados na estimação de tonelagens e teores, tais como: profundidades máximas, rácios económicos médios, teor de corte, áreas de influência, taludes estáveis, etc;
- Relação entre recursos e reservas;
- Por último, no estudo de viabilidade, devem ser efetuadas as campanhas de investigação geológicas complementares para confirmar e/ou aumentar as reservas já calculadas e melhorar o conhecimento global do depósito.

3.1.2 PROCESSOS CONSTRUTIVOS DE MODELOS GEOLÓGICOS

Tipicamente, a construção de um modelo de um depósito mineral envolve a caracterização da morfologia e dos teores dos elementos com interesse económico e penalizantes. Estes procedimentos podem ser desenvolvidos recorrendo a métodos de estimação geoestatística (krigagem) e/ou a métodos de simulação geoestatística (Goovaerts, 1997; Soares, 2006).

A avaliação de um depósito mineral compreende duas etapas. A primeira, que consiste na definição da morfologia das mineralizações e dos conteúdos de cada uma delas (modelo geológico), e uma segunda em que é realizada a avaliação, segundo critérios técnicos-económicos, da quantidade de reservas recuperáveis e o seu valor atual e futuro, com vista a estudar a rentabilidade da sua extração e comercialização. Na primeira etapa é criado um modelo geológico do depósito, e na segunda é criado um modelo económico. Ambos os modelos são numéricos.

O termo modelação geológica está relacionado ao reconhecimento, disposição espacial e interpretação de uma ampla gama de características geológicas e como estas são representadas visualmente. É na realidade uma maneira de descrever o modo como um depósito se encontra disposto geometricamente.

Os modelos geológicos podem ser desenvolvidos recorrendo a dois tipos de métodos, os designados métodos clássicos e aos métodos geoestatísticos (Caerts, 2011).

Os métodos clássicos de estimação de depósitos minerais mais amplamente utilizados são: método das secções, método dos polígonos, método dos triângulos, malha regular ou malha aleatória estratificada, inverso do quadrado da distância (IQD) e método dos contornos (Figura 3.1). Estes métodos só fazem sentido em fases muito preliminares quando se dispõe de poucos dados (Orche, 1999).

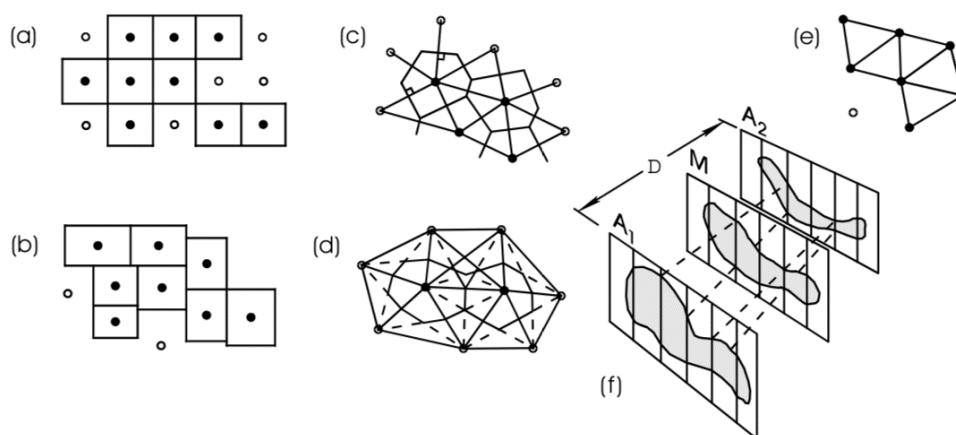


Figura 3.1 – Exemplos esquemáticos de alguns dos métodos clássicos para avaliação de depósitos minerais: (a) malha regular de células ou blocos; (b) malha adaptada de células ou blocos; (c) método dos polígonos de influência; (d) e (e) triangulação; (f) método das secções. Fonte: Rodriguez *et al*, 1999.

Em contraponto, os métodos geoestatísticos têm por base a teoria das variáveis regionalizadas (Isaaks e Srivastava, 1989). Estes métodos são mais adequados para a estimação de teores quando se dispõe de uma maior quantidade de dados, uma vez que, na sua base teórica tem em conta conceitos geológicos como a área de influência de uma amostra (quanto mais próximas duas amostras, maior a probabilidade de que seus valores sejam semelhantes), a continuidade da mineralização e as suas variações laterais. Os objetivos dos métodos geoestatísticos são fornecer uma estimativa do teor de um bloco e o erro de estimação. Estes métodos e as suas particularidades, serão abordados de forma mais detalhada em subcapítulo seguinte.

A modelação de corpos geológicos pode ser realizada de formas distintas e a principal condicionante é a morfologia do depósito que está a ser estudado. Para alguns exemplos, a estratégia de modelação e as ferramentas utilizadas são:

- I) **Modelação de unidades geológicas com morfologia tabular** – cada unidade é modelada / delimitada por duas superfícies, uma para o topo e outra para a base (ou teto e muro). A informação de partida é normalmente uma malha de sondagens com registo das profundidades inicial e final da camada, podendo ainda ser adicionada informação de prospeção sísmica. A modelação propriamente dita consiste na geração das superfícies do topo e da base, de forma faseada e normalmente independente. Os algoritmos aplicados podem ser sem interpolação (triangulação) ou com interpolação (uso de uma malha auxiliar 2D, e das ferramentas de estimação

inverso do quadrado das distâncias (IQD), krigagem ou polinómios (Charifo, 2008; Charifo e Almeida, 2010 Charifo *et al*, 2013).

- II) **Modelação de corpos geológicos 3D** – cada corpo geológico é delimitado por um mosaico de superfícies constituindo um sólido em computador. A informação de partida é uma malha de sondagens com registo da posição do corpo que se pretende modelar. A modelação da morfologia é realizada em duas etapas: a) digitalização de contornos (linhas poligonais ou arcos) e b) interpolação das linhas poligonais duas a duas para dar origem às superfícies. Recorre-se, neste caso, a ferramentas sem interpolação explícita como a triangulação (Almeida, 1992; Rodrigues, 2013; Silva, 2015; Silva e Almeida, 2017).

No caso específico de depósitos de sulfuretos maciços (caso particular de um corpo geológico 3D), as fronteiras com a rocha encaixante são mais difusas e irregulares, pelo que a modelação é mais complexa. Neste caso, a definição dos limites do corpo mineralizado com a rocha encaixante, e dos limites entre os vários tipos de minério, é feita, principalmente, com os dados das sondagens apoiados na interpretação e coerência geológica. Quando os corpos geológicos mineralizados são irregulares e os teores são muito variáveis no espaço, o processo de delimitação é mais subjetivo e dependente da interpretação geológica (Costa, 2017).

De acordo com o mesmo autor, o procedimento habitual é a digitalização das fronteiras de cada tipo de mineralização em vários perfis seguindo-se a interpolação de superfícies. O resultado é um modelo morfológico de baixa resolução. A delimitação das fronteiras deve ser precisa de modo a evitar perdas e diluição do metal aquando da construção do modelo de blocos. Num jazigo mineral, onde coexistem vários tipos de minérios que condicionam os teores ou propriedades de interesse, é necessário construir um modelo dos litogrupos ou modelo morfológico de alta resolução, delimitado pelo modelo morfológico de baixa resolução, onde está presente informação mais detalhada relativamente à geologia à escala do bloco.

3.2 ESTRATÉGIA DE AMOSTRAGEM UTILIZADA PELA ALMINA

O objetivo da construção de um modelo geológico (modelo da morfologia e dos teores) de um depósito mineral é, como já foi mencionado, apresentar uma previsão da geometria, disposição espacial e quantitativos totais e locais em minério e metal ou metais e eventuais penalizantes, caso existirem. Quando já existe uma exploração mineira em funcionamento, os modelos de teores são ainda utilizados para o estabelecimento de sequências de exploração de longo e médio-prazo, proporcionando misturas de minérios adequadas para o processamento na lavaria ou fábrica associada (Almeida, 2010).

A construção destes modelos inicia-se com a amostragem do depósito mineral. Existem várias técnicas de amostragem, sendo que nas fases iniciais da exploração mineira o modelo geológico (modelo da morfologia e dos teores) é feito unicamente com os dados das sondagens. À medida que a exploração mineira avança, vão estando disponíveis dados de desmontes, e então a atualização do modelo pode e deve contar com esta segunda fonte de informação.

Nas Minas de Aljustrel os tipos de minério a explorar variam entre *stockwork* mais ou menos mineralizado e uma massa de sulfuretos maciços compostos essencialmente por pirite de grão médio a fino com concentração variável de esfalerite (Zn), calcopirite (Cu) e galena (Pb).

A etapa de amostragem é uma das mais importantes no desenvolvimento de um projeto de exploração mineira e, por essa razão, é necessário ter em conta os fatores que podem influenciar de forma negativa os resultados obtidos, pois estes terão influência nas fases subsequentes de subdivisão, tratamento analítico, afetando os cálculos finais dos atributos em estudo (Rossi e Deutsch, 2014). Para minimizar os erros de amostragem, nas Minas de Aljustrel é seguido um protocolo de amostragem dos vários depósitos que combina dados provenientes de sondagens com dados provenientes de amostras de mina (galerias e frentes de desmontes). Os dados provenientes destas duas fontes de informação são combinados para a construção dos modelos geológicos dos vários depósitos.

3.2.1 SONDAgens

Nas minas de Aljustrel as sondagens são executadas a partir da superfície ou do subsolo, a partir de uma galeria, com a finalidade de se reconhecer uma determinada zona quanto ao teor e extensão do corpo mineralizado, assim como analisar as características geomecânicas das várias litologias atravessadas pela sondagem (por exemplo, fracturação e seu preenchimento, zonas de falha, etc.) (Gonçalves, 2009).

O planeamento das sondagens decorre segundo a necessidade de reconhecimento de uma área com potencial de exploração mineira. A localização, rumo, inclinação e comprimento de uma

sondagem é da responsabilidade do Departamento de Geologia da ALMINA. As sondagens são executadas por uma empresa especializada em trabalhos de prospeção geológica. O método é furação convencional ou *WireLine* com amostragem contínua.

O testemunho de sondagem é recuperado do tubo amostrador e é colocado em caixas de madeira apropriadas para o efeito, *à priori* identificadas com o nome da sondagem e marcadas com a respetiva metragem de furação. A rocha é colocada nas caixas de maneira a que a visualização da mesma se faça da esquerda para a direita e de cima para baixo como a leitura de um livro.

Após a receção das sondagens, o geólogo define os contactos litológicos e os intervalos que deverão ser analisados no laboratório, e posteriormente elabora o *log* geológico.

3.2.2 GALERIAS E FRENTES DE DESMONTE

As galerias correspondem aos locais a partir dos quais se dá o desenvolvimento das frentes de desmonte, têm por objetivo seguir e atravessar o corpo mineralizado e delimitar o volume do depósito mineral a desmontar (Gonçalves, 2009).

Nas Minas de Aljustrel a amostragem é realizada nas frentes e nas galerias para os vários tipos de minério. São utilizados dois métodos, a amostragem pontual e a amostragem em canal. Em ambos os casos, é recolhida uma quantidade de rocha representativa da área que se pretende amostrar. A seleção das frentes a amostrar, o número de amostras a recolher por frente e as quantidades de rocha são da responsabilidade da geologia.

A amostragem pontual deve ser efetuada sempre que se está perante uma zona de sulfuretos maciços bastante homogénea. Já a amostragem em canal deve ser efetuada sempre que se está perante uma zona de minérios fissurais e bandados como é exemplo as zonas de *stockwork* e zonas de sulfuretos maciços onde a esfalerite se encontra com um bandado bastante proeminente.

Na figura 3.2 mostra-se a geometria de uma amostragem pontual (à esquerda) e de uma amostragem em canal (à direita) para a face de avanço de uma galeria, onde podem ser obtidas 9 (nove), 6 (seis) ou 3 (três) amostras (Gonçalves, 2009).

Na amostragem dos hasteais a identificação das amostras é registada com a respetiva denominação ‘Hasteal esq. ou E’, assim como ‘Hasteal drt ou D’. Normalmente esta amostragem é efetuada a 1,5 m do piso em espaçamentos definidos pelo Departamento de Geologia.

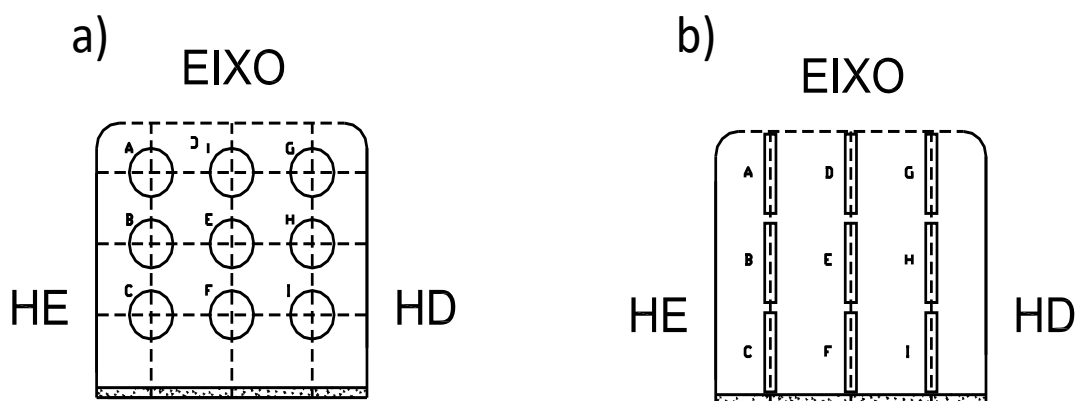


Figura 3.2 – Amostragem pontual (a) e amostragem em canal (b) de 9 amostras numa frente de desmonte. Fonte: Gonçalves, 2009.

Os dados fornecidos para o desenvolvimento do presente estudo foram obtidos de acordo com os métodos anteriormente mencionados e ilustrados na Figura 3.2.

3.3 TEORIA DE SUPORTE

3.3.1 INTRODUÇÃO À GEOESTATÍSTICA E À VARIOGRAFIA

Os conceitos de geoestatística foram criados pelo engenheiro de minas sul africano Daniel Gerhardus Krige, nos anos 50 e 60 do século passado, a partir da sua tentativa de avaliar jazigos minerais de recursos metálicos, mais propriamente de ouro. Posteriormente, o francês Georges Matheron, professor e fundador do Centre de Geostatistique de Fontainebleau da École des Mines, desenvolveu a teoria das variáveis regionalizadas e a geoestatística com base nas primeiras ideias de Krige (Matheron, 1971; Isaaks e Srivastava, 1989).

Os métodos geoestatísticos foram desenvolvidos com o objetivo de ultrapassar os constrangimentos inerentes aos métodos estatísticos clássicos. Inicialmente, foram aplicados à modelação de recursos geológicos, mas ao longo do tempo foram ganhando uma ampla aplicabilidade, em diversas áreas das Ciências da Terra e do Ambiente. Os fenómenos ligados a estas áreas têm carácter espacial (e espaço-temporal), e a inferência das propriedades é realizada com base em informação escassa, a partir de observações limitadas, pelo que é relevante o conceito de incerteza (Soares, 2006). Atualmente, a geoestatística é uma poderosíssima ferramenta de análise e tratamento de dados, que incorpora as características espaciais das propriedades na inferência.

A geoestatística incorpora métricas estatísticas que quantificam a continuidade espacial da(s) grandeza(s) em estudo, em modelos de interpolação espacial tendo por base a sua variabilidade estrutural, e / ou em modelos de simulação estocástica que quantificam a incerteza

ligada ao fenómeno espacial. O problema básico a resolver com a geoestatística é o da caracterização da distribuição espacial de determinadas grandezas e de quantificar a incerteza associada, tendo em conta a maior ou menor variabilidade do fenómeno espacial, a qualidade das amostras e observações, o tipo de modelo geoestatístico escolhido e o maior ou menor grau de conhecimento que se tem do fenómeno (Soares, 2006; Almeida, 2018).

3.3.1.1 Conceito de variáveis regionalizadas

A génese de ocorrências minerais implica a existência e atuação de agentes, mecanismos e determinadas condições geológicas, favoráveis à mineralização. Deste pressupostos resulta que processos físicos e químicos ideais poderão originar concentrações minerais consideráveis, todavia estes processos não são completamente conhecidos devido à sua complexidade e a já terem acontecido.

As condições de formação dos depósitos minerais transmitem padrões de correlação espacial que são importantes para a avaliação de recursos e planeamento mineiro. A descrição e a modelação desses padrões de correlação permitem um melhor entendimento dos processos genéticos e melhoram a previsão das variáveis intervenientes em locais não amostrados. Ferramentas estatísticas como é o caso da geoestatística, podem ser usadas para descrever essas correlações, mesmo que não se conheça com detalhe a génese das mineralizações (Rossi e Deutsch, 2014).

Neste contexto da geoestatística surge o conceito de variável regionalizada. Matheron (1971) afirma que a função de uma variável do tipo regionalizada, apresenta propriedades que podem ser estudadas facilmente através de métodos comuns de análise matemática. Do ponto de vista da física ou da geologia, um dado número de características qualitativas está ligado a este conceito, sendo estas:

- a) Uma variável regionalizada é localizada. As suas variações ocorrem no espaço mineralizado (volume do depósito ou dos estratos), o qual é chamado de campo geométrico de regionalização. Por outro lado, é indicado um suporte geométrico de identificação. No caso de um minério, esse suporte é expresso através, do volume da amostra, da sua forma geométrica, do seu tamanho e orientação. Se por exemplo, num mesmo depósito, o suporte geométrico se modificar, obtém-se uma nova variável regionalizada, que evidencia analogias com a primeira, mas não coincide com ela.
- b) Apresenta uma certa continuidade estável na sua variação espacial, que pode ser expressa por um desvio mais ou menos considerável entre os teores de duas amostras próximas.

- c) Pode exibir diferentes tipos de anisotropias, ou seja, poderá existir uma direção preferencial segundo a qual os teores não variem significativamente, mas estes variarem rapidamente ao longo de uma outra direção cruzada.

Uma variável aleatória é uma variável que pode assumir um conjunto de resultados de acordo com uma distribuição de probabilidade. Estas podem ser de dois tipos: discreta ou contínua, embora neste estudo as variáveis trabalhadas são todas de tipo contínuo (teores). As variáveis aleatórias podem ser caracterizadas pelos dois primeiros momentos (média e variância). Entre duas variáveis aleatórias podem ser avaliadas estatísticas de correlação como a covariância e o coeficiente de correlação (Soares, 2006; Almeida, 2018)

O conjunto de variáveis aleatórias $z(x_i), i = 1, \dots, N$ correlacionadas entre si constituem uma função aleatória, do qual só se conhece uma realização $z(x_i)$, os dados amostrais. O facto de só se conhecer uma realização impossibilita o cálculo de parâmetros estatísticos das variáveis individuais ou da função.

Para ultrapassar este constrangimento, o formalismo geoestatístico introduz o conceito de **estacionaridade**. O conceito de estacionaridade refere-se à homogeneidade de uma dada região relativamente a uma característica. Assenta nas duas seguintes hipóteses (Soares, 2006):

- a) **Estacionaridade da média ou de 1ª ordem** – postula que todas as variáveis aleatórias têm a mesma média.

$$E\{Z(x_1)\} = E\{Z(x_2)\} = E\{Z(x_3)\} = \dots E\{Z(x_i)\} = E\{Z(x)\} = m \quad (3.1)$$

Esta estatística passa a ser independente da localização x_i e pode ser estimada pela média aritmética dos valores das realizações das variáveis aleatórias:

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z(x_i) \quad (3.2)$$

- b) **Estacionaridade da covariância espacial ou de 2ª ordem** (continuidade espacial) – postula que a correlação entre duas variáveis aleatórias depende só da distância espacial que as separa (vetor h) e é independente da localização. Esta hipótese torna possível a estimação da covariância espacial (ou variograma) com base nas N amostras disponíveis.

$$C\{Z(x_1), Z(x_2)\} = C\{Z(x_i), Z(x_{i+h})\} = C(h) \quad (3.3)$$

Ou

$$\gamma\{Z(x_1), Z(x_2)\} = \gamma\{Z(x_i), Z(x_{i+h})\} = \gamma(h) \quad (3.4)$$

A assunção destas duas hipóteses de estacionaridade da função $Z(x)$ no modelo probabilista é o mesmo que dizer que se assume que o conjunto de amostras é homogêneo e representativo da área. Estas hipóteses não podem ser provadas ou refutadas pelos dados.

3.3.1.2 Análise da continuidade espacial

A descrição das propriedades de recursos naturais ou das características de determinados fenómenos no espaço, pode ser realizada através da análise da continuidade espacial recorrendo a métricas geoestatísticas (Goovaerts, 1997; Soares, 2006).

De acordo com Sinclair e Blackwell (2006), a quantificação dos padrões de similaridade de propriedades espaciais de teores ou de outras variáveis regionalizadas pertencentes a um depósito mineral é normalmente precedida por um exame crítico da geologia do depósito e uma análise completa dos dados. A análise estrutural detalhada de uma variável regionalizada, visa quantificar as características espaciais, como o grau de continuidade espacial e a sua variabilidade no espaço. Essa informação está na base dos processos de inferência espacial de estimação e de simulação.

A análise da continuidade espacial de um conjunto de dados georreferenciados passa sempre por comparar os valores da variável em estudo para várias distâncias entre pares de observações. Neste tipo de análise, são utilizadas geralmente funções de autocorrelação, como o variograma $2\gamma(h)$, a covariância espacial $C(h)$ e correlograma $\rho(h)$, que possibilitam a quantificação da dependência espacial de valores de uma mesma variável medidos em localizações diferentes. Estes indicadores de autocorrelação apresentam resultados de formas distintas, todavia têm o mesmo significado e estão relacionados:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (3.5)$$

$$C(h) = \sigma^2 \cdot \rho(h) \quad (3.6)$$

Contudo, o variograma $2\gamma(h)$ é a função básica de medida de autocorreção, ou seja, para um determinado fenómeno o variograma é a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores das suas amostras, que em termos matemáticos fica definido como:

$$2\gamma(h) = E\{(z(x_i) - z(x_{i+h}))\}^2 \quad (3.7)$$

Na equação (3.7) os fatores $z(x_i)$ e $z(x_{i+h})$ são os valores da variável nos pontos x_i e x_{i+h} , respetivamente

Na prática da geoestatística, geralmente a análise da correlação espacial entre amostras é realizada em termos do semivariograma (ou simplesmente variograma) $\gamma(h)$, que é calculado pela semi-soma dos quadrados entre pares de amostras separadas por uma distância h através da expressão (Almeida, 2018):

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_{i+h})]^2 \quad (3.8)$$

Na equação (3.8) os $z(x_i)$ e $z(x_{i+h})$ são valores da variável nas localizações x_i e x_{i+h} , $N(h)$ é o número de pares de pontos separados por uma distância h

Após o cálculo do variograma, a correlação entre amostras é interpretada através da sua representação gráfica (Figura 3.3).

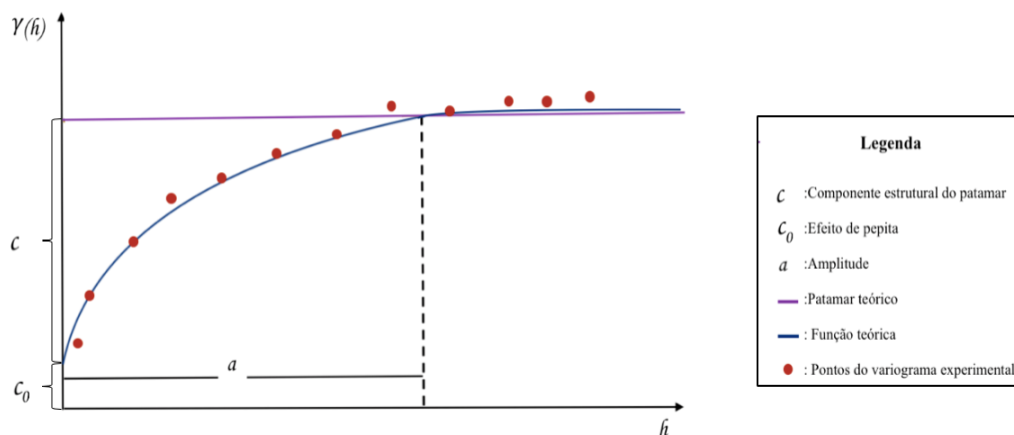


Figura 3.3 – Variograma experimental e ajuste de modelo teórico

Os elementos estruturais (ou parâmetros) de um variograma são (Almeida, 2018):

Amplitude (a) – distância a partir da qual as amostras deixam de ter correlação entre si, é o mesmo que dizer zona máxima de influência de uma amostra.

Patamar (C) – limite superior para o qual tendem os valores do variograma com o aumento dos valores de h , variância *a priori* da variável em estudo.

Efeito de pepita C_0 – ordenada na origem, resulta da sobreposição de microestruturas inferiores à escala de amostragem e de erros de medição. É impossível quantificar se a maior contribuição provém dos erros de medição ou da variabilidade de pequena escala não captada pela amostragem.

Contribuição (C_1) – é a diferença entre o patamar (C) e o efeito pepita (C_0).

No que toca à análise direcional da continuidade espacial, estamos perante um caso de estudo isotrópico quando os valores da amplitude e do patamar se mantêm constantes para todas as direções; pelo contrário, existe anisotropia quando as amplitudes e/ou os patamares variam com a direção. Quando só varia a amplitude a anisotropia é do tipo geométrico, já quando varia o patamar a anisotropia é zonal. Mais raramente estes dois parâmetros (amplitude e patamar) podem variar em simultâneo.

Os valores do variograma experimental de uma dada variável, calculadas para uma ou várias direções, necessitam de ser ajustadas por uma função ou modelo teórico de variograma. O ajustamento por uma função é necessário porque (Almeida, 2018):

- Permite sintetizar o comportamento do variograma experimental nalguns parâmetros como o patamar, a amplitude, e o efeito de pepita, também é uma forma de um utilizador poder dar o seu cunho pessoal ao modelo, que caso contrário seria completamente automático;
- Os variogramas são utilizados na estimação por krigagem e / ou na simulação geoestatística, e é necessário poder calcular-se o valor do variograma para qualquer distância ou direção, independentemente de terem sido calculados com base nos variogramas experimentais;
- Os valores dos variogramas têm de ser definidos positivos, para que o sistema de equações Krigagem tenha solução.

Os dois modelos de funções mais comuns aplicados no ajuste do variograma são:

- I. **Modelo esférico** – polinómio de grau 3, apresenta um comportamento crescente que é mais acentuado para pequenas distâncias e vai sendo mais lento até atingir o patamar:

$$\gamma^*(h) = \begin{cases} C \left[1.5 \frac{h}{a} - 0.5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & \text{para } h \leq a \\ C & \text{para } h > a \end{cases} \quad (3.9)$$

- II. **Modelo exponencial** – apresenta crescimento mais rápido para pequenas distâncias do que o modelo esférico, depois tende para o patamar que é uma assintota:

$$\gamma^*(h) = C \cdot \text{Exp}\left(\frac{h}{a}\right) = C \cdot \left[1 - \text{Exp}\left(\frac{-h}{a}\right)\right] \quad (3.10)$$

3.3.2 ESTIMAÇÃO POR KRIGAGEM

Krigagem é o nome bem conhecido de uma família de interpoladores geoestatísticos que permitem fazer previsões em localizações não amostradas à conta de valores conhecidos nalgumas localizações vizinhas e no modelo de continuidade espacial refletido pelo variograma ou covariância espacial (Isaaks e Srivastava, 1989).

No presente estudo foram utilizadas as seguintes variantes de krigagem: (1) krigagem simples; (2) krigagem normal; (3) krigagem co-localizada simples; (4) krigagem co-localizada normal. Seguidamente faz-se uma breve apresentação destas variantes assim como dos respetivos sistemas de equações de krigagem.

3.3.2.1 Krigagem simples

A krigagem simples (KS) é uma variante de interpolação em que se assume que a média da variável de estudo é conhecida e estacionária em todo o volume a estimar. A estimação por KS na ponderação dos resíduos (equação 3.11), ou seja, os valores conhecidos subtraídos da média (m) (Goovaerts, 1997):

$$\begin{aligned} Z_{KS}^*(\mathbf{u}) &= \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{KS}(\mathbf{u}) [Z(u_{\alpha}) - m] \\ &= \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{KS}(\mathbf{u}) Z(u_{\alpha}) + \left[1 - \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{KS}(\mathbf{u})\right] m \end{aligned} \quad (3.11)$$

Em 3.11, $Z_{KS}^*(\mathbf{u})$ é o valor estimado por KS, $n(\mathbf{u})$ é número de valores vizinhos utilizados na estimação e também o número de ponderadores de KS λ_{α}^{KS} na localização \mathbf{u} . Os ponderadores de KS λ_{α}^{KS} são obtidos pela resolução de um sistema de equações de krigagem (3.12), que é construído em função da covariância espacial ou variograma tendo como pressuposto a minimização do erro de estimação.

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\beta}^{KO}(\mathbf{u}) C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) + \mu_{KO}(\mathbf{u}) = C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}) \\ \alpha_1 = 1, \dots, n_1(\mathbf{u}) \end{cases} \quad (3.12)$$

3.3.2.2 Krigagem normal

A Krigagem normal ou Krigagem ordinária (KO) é outra variante do estimador que assume a estacionariedade da média, mas que esta é desconhecida em cada localização a estimar (Goovaerts, 1997). Tal como na KS, os valores estimados por KO resultam da combinação linear de um número $n(\mathbf{u})$ de amostras vizinhas do ponto a ser estimado, todavia no sistema de krigagem introduz-se a chamada condição de não enviesamento de que resulta a soma dos ponderadores ter de ser igual a um. O valor estimado numa localização não amostrada é obtido pela ponderação das amostras seleccionadas (equação 3.13):

$$Z_{KO}^*(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{KO}(\mathbf{u}) Z(u_{\alpha}) \quad (3.13)$$

Onde $Z_{KO}^*(\mathbf{u})$ é o estimador, $n(\mathbf{u})$ é número de ponderadores da KO λ_{α}^{KO} na localização \mathbf{u} . No caso em que é assumida a situação de não enviesamento dos resultados e a minimização da variância de estimação o cálculo de KO é realizado através do sistema de equações (3.14):

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\beta}^{KO}(\mathbf{u}) C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) + \mu_{KO}(\mathbf{u}) = C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}) \\ \alpha_1 = 1, \dots, n_1(\mathbf{u}) \\ \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\beta}^{KO}(\mathbf{u}) = 1 \end{cases} \quad (3.14)$$

3.3.2.3 Cokrigagem colocalizada simples e normal

Quando existe, para além da variável principal que se pretende estimar, uma variável secundária ou auxiliar com uma densidade de amostragem superior, esta pode ser incorporada no estimador de krigagem, desde que exista correlação entre as duas variáveis (Goovaerts, 1997).

O estimador de krigagem com uma variável secundária tem a designação de cokrigagem. Se a variável secundária é conhecida em todas as localizações a estimar, uma solução razoável é utilizar somente o valor da variável secundária que está localizada no ponto a estimar. Esta variante de krigagem é denominada por cokrigagem colocalizada. A cokrigagem colocalizada também pode ser formalizada como simples ou normal, conforme se assume média local conhecida ou desconhecida, respetivamente.

O estimador de cokrigagem colocalizada simples de uma variável principal Z_1 na localização \mathbf{u} , conhecidos os valores de uma variável secundária Z_2 , e os valores médios de Z_1 e Z_2 , respetivamente, m_1 e m_2 , é dado por (3.15) (ponderação de resíduos):

$$Z_{KCS}^{(1)*}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha_1}^{KCS}(\mathbf{u}) [Z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}) - m_1] + \lambda_2^{KCS}(\mathbf{u}) [Z_2(\mathbf{u}) - m_2] + m_1 \quad (3.15)$$

Os ponderadores de cokrigagem colocalizada simples $\lambda_{\beta_1}^{KCS}$ (variável principal) e λ_2^{KCS} (variável secundária) são obtidos através da resolução do seguinte sistema de $(n_1(\mathbf{u}) + 1)$ equações:

$$\begin{cases} \sum_{\beta_1=1}^{n_1(\mathbf{u})} \lambda_{\beta_1}^{KCS}(\mathbf{u}) C_{11}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \lambda_2^{KCS}(\mathbf{u}) C_{12}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}) \\ \quad = C_{11}(\mathbf{u}_{\alpha_1} - \mathbf{u}) \quad \alpha_1 = 1, \dots, n_1(\mathbf{u}) \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1(\mathbf{u})} \lambda_{\beta_1}^{KCS}(\mathbf{u}) C_{21}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\beta_1}) + \lambda_2^{KCS}(\mathbf{u}) C_{22}(\mathbf{0}) = C_{21}(\mathbf{0}) \end{cases} \quad (3.16)$$

Onde C_{11} representa a covariância espacial da variável principal, C_{22} a covariância espacial da variável secundária, e C_{12} e C_{21} a covariância espacial entre as variáveis principal e secundárias.

Por sua vez o estimador de cokrigagem colocalizada normal para uma variável Z_1 na localização \mathbf{u} é dado por:

$$Z_{KCO}^{(1)*}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha_1=1}^{n_1(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha_1}^{KCO}(\mathbf{u}) Z_1(\mathbf{u}_{\alpha_1}) + \lambda_2^{KCO}(\mathbf{u}) [Z_2(\mathbf{u}) - m_2 + m_1] \quad (3.17)$$

Importa referir que o acerto $(-m_2 + m_1)$ feito à variável Z_2 tem como objetivo que a média da variável principal e secundária sejam iguais de forma a não gerar enviesamento na estimação de Z_1 .

Os ponderadores de cokrigagem colocizada são nesta variante obtidos através da resolução do seguinte sistema de $(n_1(u) + 2)$ equações lineares, relativamente a (3.16) é introduzida a condição de não enviesamento de que resulta a soma dos ponderadores ser igual a um:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta_1=1}^{n_1(u)} \lambda_{\beta_1}^{KCO}(u) C_{11}(u_{\alpha_1} - u_{\beta_1}) + \sum_{\beta_2=1}^{n_2(u)} \lambda_{\beta_2}^{KCO}(u) C_{12}(u_{\alpha_1} - u_{\beta_2}) \\ \quad + \mu_1^{KCO}(u) = C_{11}(u_{\alpha_1} - u) \quad \alpha_1 = 1, \dots, n_1(u) \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1(u)} \lambda_{\beta_1}^{KCO}(u) C_{21}(u - u_{\beta_1}) + \lambda_2^{KCO}(u) C_{22}(0) + \mu^{KCO}(u) = C_{21}(0) \\ \sum_{\beta_1=1}^{n_1(u)} \lambda_{\beta_1}^{KCO}(u) = 1 \end{array} \right. \quad (3.18)$$

3.3.3 TESTE DE VALIDAÇÃO

Os testes de validação são aplicados para aferir a qualidade dos resultados decorrentes da aplicação de um modelo, nomeadamente uma estimação geoestatística. Um teste de validação consiste em comparar a realidade com os resultados do modelo que foi aplicado (Isaaks e Srivastava, 1989).

De acordo com Almeida (2018), os testes de validação associados a uma estimação por krigagem são indicadores da qualidade da estimação. Os fatores mais importantes que condicionam os resultados de uma estimação por krigagem são os seguintes (sem ordem de importância):

- Número de amostras / observações disponíveis relativamente à dimensão da área de estudo
- Geometria do plano de amostragem (malha regular, malha irregular, agrupamentos)
- Variabilidade espacial da variável de estudo
- Interpolação ou extrapolação
- Modelo de variograma ajustado (efeito de pepita, função teórica, amplitude, relação de patamares no caso de serem utilizadas várias funções, isotropia ou anisotropia)

- Tipo de krigagem, simples, normal ou outra
- Número de amostras consideradas no sistema de krigagem e critério de pesquisa (simples, por quadrantes – 2D ou octantes – 3D)

Quando se faz uma estimação por krigagem pode-se aplicar a estratégia de um teste de validação (cruzada), comparando os valores reais com os valores estimados homólogos que são obtidos em utilizar o valor real em causa.

Em termos práticos, o processo de aplicação consiste em remover uma amostra de cada vez, estimar o seu valor utilizando as restantes amostras e comparar depois o valor real com valor estimado, e fazer este procedimento à vez para a totalidade dos dados. Ou seja, considerando um determinado conjunto de dados $Z(x_\alpha)$, é retirada uma amostra $Z(x_0)$ numa dada localização de $z(x_\alpha)$ ($\alpha = 1, \dots, n$), ignorando o valor da amostra naquela localização, são utilizadas as outras $(n - 1)$ amostras na estimação. Este processo é repetido para todas as amostras conhecidas, sendo gerado um conjunto de n erros de estimação $\varepsilon = [Z^*(x_\alpha) - Z(x_\alpha)]$, ou seja, o desvio entre os valores estimados $Z^*(x_\alpha)$ e os valores reais $Z(x_\alpha)$. Então podem ser calculadas estatísticas dos erros (erro médio – EM e erro quadrático médio – EQM), obtendo-se deste modo, uma indicação da qualidade do modelo de variograma e do plano de krigagem usado na nova estimação.

$$EM = \frac{\sum_{\alpha=1}^n [Z^*(x_\alpha) - Z(x_\alpha)]}{n} \quad (3.19)$$

$$EQM = \frac{\sum_{\alpha=1}^n [Z^*(x_\alpha) - Z(x_\alpha)]^2}{n} \quad (3.20)$$

Os erros relativos são expressos por:

$$EMR = \frac{EM}{m} \quad (3.21)$$

$$EQMR = \frac{EQM}{\sigma^2} \quad (3.22)$$

Onde, m é a média e σ^2 é variância dos dados.

Este tipo de teste pode ser aplicado na comparação de resultados provenientes dos diferentes tipos de krigagem; na comparação de resultados oriundos de diferentes tentativas de ajuste de variogramas, ou ainda, na quantificação da melhoria da qualidade dos resultados numa dada área após o acréscimo de novas amostras. Todavia, a fiabilidade e utilidade deste tipo de técnica têm sido fortemente questionadas por alguns autores (Soares, 2006), precisamente porque apenas é válido para os dados conhecidos não sendo possível demonstrar a sua reprodutibilidade para outras geometrias de amostragem.

No presente caso de estudo, os testes de validação cruzada foram utilizados sistematicamente para comparar as várias hipóteses de junção entre os dados das sondagens e os dados provenientes das amostras de mina e no final aferir a melhor forma de combinar estes dados. Estes procedimentos serão detalhados no subcapítulo seguinte.

3.4 METODOLOGIA PROPOSTA

Para a elaboração do presente estudo foi desenvolvida a metodologia esquematizada no fluxograma da figura 3.4.

O ponto de partida para este estudo foi a informação fornecida pela ALMINA relativas ao depósito mineral de Feitais. Consiste em duas bases de dados de teores, a primeira relativa aos dados de sondagens e a segunda relativa a dados de amostras de mina. Toda a informação está devidamente georreferenciada no referencial da mina.

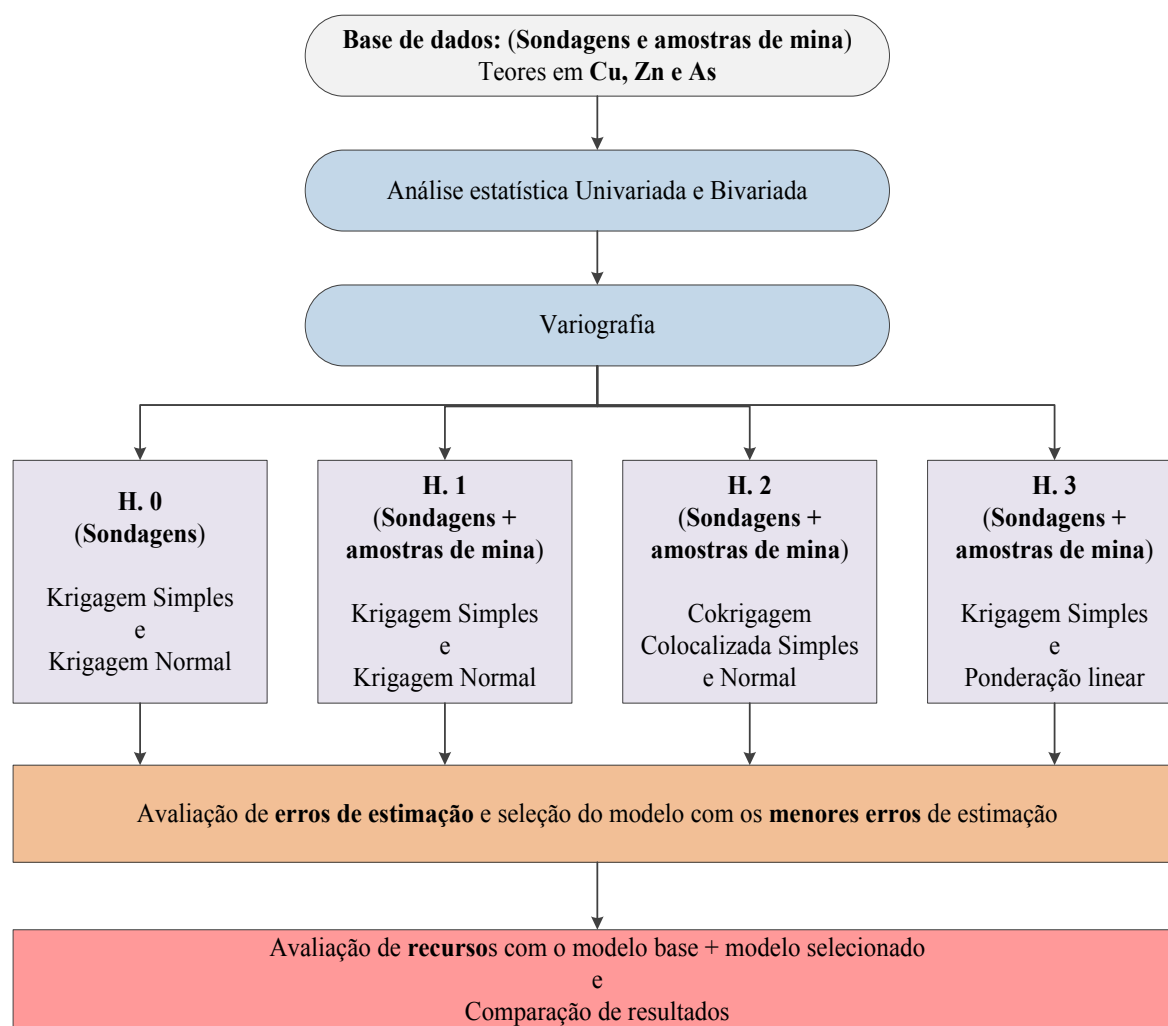


Figura 3.4 – Representação esquemática da metodologia proposta

3.4.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA UNIVARIADA E BIVARIADA

A primeira etapa do estudo consistiu na análise estatística univariada e bivariada para os elementos químicos selecionados para este estudo, designadamente, cobre (Cu), zinco (Zn) e o penalizante arsénio (As). A análise estatística dos dados corresponde a um estudo preliminar das propriedades das variáveis do caso de estudo (Charifo *et al*, 2014).

No presente estudo as análises univariada e bivariada foram aplicadas em separado aos dois conjuntos de dados, de sondagens e de amostras de mina. No final a interpretação foi comparativa, mas nunca se misturaram estes dados nos cálculos.

Na análise univariada foram calculados os seguintes estatísticos básicos: mínimo, máximo, moda, média, mediana, quartis, variância, desvio padrão, coeficiente de variação, amplitude, coeficiente de assimetria, coeficiente de Galton e curtose. Em termos gráficos são apresentados histogramas de barras. No que respeita à análise bivariada calcularam-se matrizes de coeficientes de correlação de Pearson e Spearman e representam-se diagramas de dispersão.

Estas análises permitem ter um conhecimento inicial das características das variáveis em estudo e da sua correlação, o que constitui conhecimento para as etapas que seguem.

3.4.2 HIPÓTESES TESTADAS PARA JUNTAR OS DADOS DE SONDAJENS E DE AMOSTRAS DE MINA

O objetivo deste estudo é como mencionado testar algumas hipóteses de junção ou combinação dos dados de sondagens (Z_1) e amostras de mina (Z_2) na construção de um modelo de teores de um determinado elemento químico metal para um depósito mineral (Sanches, 2015; Sanches *et al*, 2017). As hipóteses testadas são avaliadas individualmente com base num teste de validação cruzada, e no final pretende-se ter resposta a duas questões:

- 1) Saber se existe efetivamente vantagens em utilizar os dados provenientes de amostras de mina para a construção de um modelo de teores ou se é preferível utilizar só os dados das sondagens como é feito nas fases iniciais da modelação de teores;
- 2) Em caso afirmativo, e face às várias possibilidades de junção que podem ser pensadas, justificar de forma quantificada qual a melhor forma de o fazer.

Para conduzir este procedimento, consideraram-se quatro hipóteses de trabalho.

A primeira hipótese testada (H_0) foi conduzir o teste de validação cruzada apenas com os dados das sondagens, ou seja, fez-se a estimação primeiro por KS e depois por KO dos teores de Cu, Zn e As na localização de cada amostra de sondagem, excluindo em cada estimativa o

valor de uma determinada amostra. Na localização de cada amostra em cada sondagem passam a existir um valor real de teor (medido em laboratório) e um valor estimado, podendo-se calcular o erro de estimação local, e também os EM e EQM globais. Os valores obtidos para a hipótese H.0 referem-se ao cenário base ou de referência.

A segunda hipótese (H.1) consistiu em estimar os teores na localização das sondagens, mas agora juntando os dados das sondagens e os das amostras de mina como se fossem um único conjunto de dados. Também nesta hipótese, na estimação dos valores de Cu, Zn e As em cada sondagem foram excluídos os dados de toda a sondagem e no final fazem-se os mesmos cálculos já mencionados para H.0.

Na terceira hipótese testada (H.2) considerou-se uma estratégia que não junta os dados das sondagens com os dados da mina. Os procedimentos são: (1) estimou-se por KO os teores na localização das sondagens só com os dados das amostras de mina; (2) estimaram-se por cokrigagem colocalizada os teores na localização das amostras nas sondagens utilizando os dados das sondagens vizinhas e os teores colocalizados obtidos em (1). Novamente, e tal como em H.0 e H.1, na estimação dos valores de Cu, Zn e As em cada sondagem foram excluídos os dados de toda a sondagem. No final fazem-se os cálculos já mencionados para H.0 e H.1.

A quarta e última hipótese testada H.3 é baseada na construção de duas estimativas independentes, uma só com os dados de sondagens, e a outra só com os dados de mina, e no final faz-se a junção dos dois modelos de forma ponderada.

Assume-se que $Z_1(x)$ e $Z_2(x)$, respetivamente os dados de sondagens e os dados das amostras de mina, são duas variáveis diferentes e independentes, para as quais são calculados os estimadores $Z_1(x_0)^*$ e $Z_2(x_0)^*$ por krigagem simples, numa determinada localização x_0 . O valor final $Z_{1f}(x_0)^*$ é obtido por uma combinação linear dos dois estimadores (equação 3.19)

$$Z_{1f}(x_0)^* = \frac{\delta_1 \times Z_1(x_0)^* + \delta_2 \times Z_2(x_0)^*}{\delta_1 + \delta_2} \quad (3.23)$$

Os ponderadores δ_1 e δ_2 da equação 3.19 devem refletir a importância das variáveis na estimação de x_0 através de dois fatores: a fiabilidade das amostras e a proximidade das mesmas.

O fator proximidade estrutural pode ser quantificada pelo somatório dos ponderadores de krigagem simples em x_0 . O fator fiabilidade da rede de amostragem é subjetivo, mas pode ser calculado por validação cruzada. Assim, os ponderadores podem ser calculados por:

$$\delta_1 = \beta \times \alpha_1 \quad (3.24)$$

$$\delta_2 = (1 - \beta) \times \alpha_2 \quad (3.25)$$

com,

- α_1 = soma dos ponderadores das amostras $Z_1(x)$ para a estimação de x_0 com modelo único (será sempre ≤ 1 no caso da krigagem simples; 1 próximo das amostras e menor quando nos afastamos delas)
- α_2 = soma dos ponderadores das amostras $Z_2(x)$ para a estimação de x_0 com modelo único (também será ≤ 1 no caso da krigagem simples; 1 próximo das amostras e menor quando nos afastamos das amostras).
- β = ponderador que reflete a importância da variável $Z_1(x)$
- $1 - \beta$ = ponderador que reflete a importância da variável $Z_2(x)$.

Considerando não enviesamento, a melhor estimativa de β está compreendida no intervalo entre 0 e 1. A melhor estimativa para β pode ser obtida por validação cruzada, fazendo variar β por tentativas entre 0 e 1, e comparando os valores dos EM e EQM entretanto obtidos. Note-se que α_1 e α_2 dependem de x_0 e β é parâmetro global que deve ser o mesmo para todo o volume de estudo.

As situações limite para β são:

$\beta = 1$, o modelo final tem a contribuição de 100% do modelo construído com as sondagens e 0% do modelo construído com as amostras de mina;

$\beta = 0$, situação inversa à primeira, o modelo final tem a contribuição de 100% do modelo construído com os dados de mina e 0% do modelo construído com as sondagens.

As hipóteses H.0, H.1, H.2 e H.3 foram aplicadas testando vários números de amostras experimentais, tendo para cada caso sido registada a situação que gera o menor valor do EM e do EQM.

Depois de selecionado o método que conduz à melhor estimativa, e que é a melhor forma de combinar os dados de sondagens e os dados das amostras de mina, no final constrói-se um modelo global de teores para todo o depósito mineral e apresentam-se os quantitativos totais em cobre e zinco.

4. CASO DE ESTUDO

4.1 DESCRIÇÃO DA INFORMAÇÃO DE PARTIDA

Para a execução do presente trabalho, a empresa ALMINA disponibilizou cinco ficheiros em formato Excel, quatro com informações relativas aos dados de sondagens e mais um relativo às amostras de mina, ambas realizadas na zona Norte do depósito de Feitais.

Os quatro ficheiros (ou tabelas) das sondagens designados por *Header*, *Survey*, *Litho* e *Assay* apresentam o seguinte conteúdo:

Header: Listagem com a informação essencial de cada sondagem, designadamente, o código, as coordenadas x, y, z da boca, o comprimento total, a inclinação inicial e o respetivo azimute.

Survey: Listagem das medições de orientação (azimute e inclinação) efetuadas ao longo dos furos das sondagens a diferentes profundidades. Este conteúdo, associado às coordenadas da boca da sondagem, permite georreferenciar todas as sondagens.

Litho: Listagem das litologias atravessadas pelas sondagens (registo das profundidades inicial e final) que foram descritos em cada *log* com os respetivos códigos utilizados para a sua elaboração (tipo de rocha; tipo de mineração; falhas; alteração, etc.).

Assay: Listagem onde se encontram os resultados das análises químicas. As colunas da tabela são o código da sondagem, o intervalo amostrado (profundidade de início e fim), densidade do provete, elementos químicos analisados e os laboratórios utilizados para as análises (ALMINA ou ALS).

A visualização destes quatro ficheiros mostra que foram disponibilizados dados de 417 sondagens, correspondentes a 89201,03 metros perfurados (87556,29 metros de descrição geológica relativos a 10531 intersecções e 50257,06 metros analisados com 40511 determinações de densidade e de teores para 15 elementos químicos). Algumas destas sondagens são feitas a partir da superfície, contudo a maior parte tem a sua origem nas galerias de desenvolvimento.

O ficheiro relativo às amostras de mina (uma tabela), reporta as seguintes colunas (campos): nome, piso da galeria, data, código da amostra com identificação da galeria posição da amostra na frente (cada amostragem de frente é codificada de A à I conforme a posição de onde é retirada), coordenadas x, y, z, e os teores dos elementos químicos obtidos na análise laboratorial. No total, o ficheiro contém dados de 38471 amostras analisadas.

4.2 PREPARAÇÃO DA INFORMAÇÃO DE PARTIDA

A informação tal qual foi fornecida pela empresa ALMINA não se encontrava conveniente estruturada para dar início ao estudo proposto, assim foram feitos os seguintes procedimentos de preparação da informação de partida:

- Cruzamento dos quatro ficheiros relativos às sondagens e geração de dois ficheiros georreferenciados, um relativo à geologia reportando as litologias intersectadas a espaçamento regular de dois metros e outro relativo aos teores, tendo sido desde logo seleccionados só os teores dos 3 elementos químicos trabalhados (cobre e zinco como elementos metálicos de interesse e arsénio como elemento penalizante);
- Para o ficheiro das amostras da mina, seleção de um subconjunto de dados relativos a estes três elementos químicos;
- Rotação do conjunto dos dados (sondagens e amostras de mina) de -45° em torno do eixo Z segundo um ponto central de coordenadas 198341; 100942, para melhor enquadrar e minimizar as dimensões da malha 3D de blocos.

Nas figuras 4.1 e 4.2 representam-se projeções a 3D dos dados das sondagens e dos dados das amostras de mina depois dos procedimentos enunciados. As figuras mostram claramente que as amostras de mina estão enquadradas pelas sondagens, mas correspondem a um volume inferior.

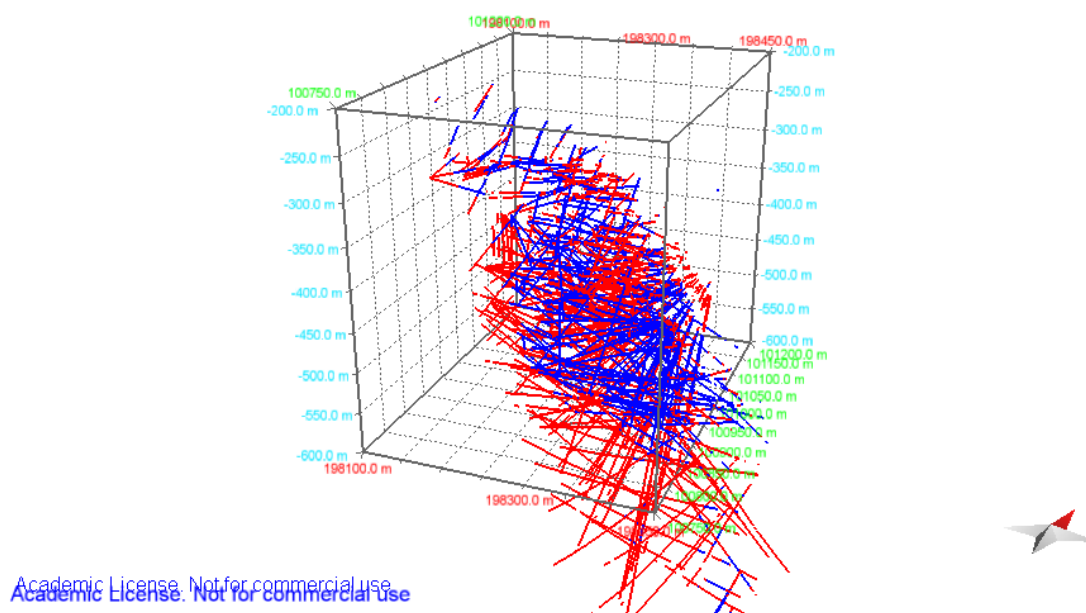


Figura 4.1 – Representação 3D das sondagens, a vermelho minérios maciços e a azul minérios *stockwork*

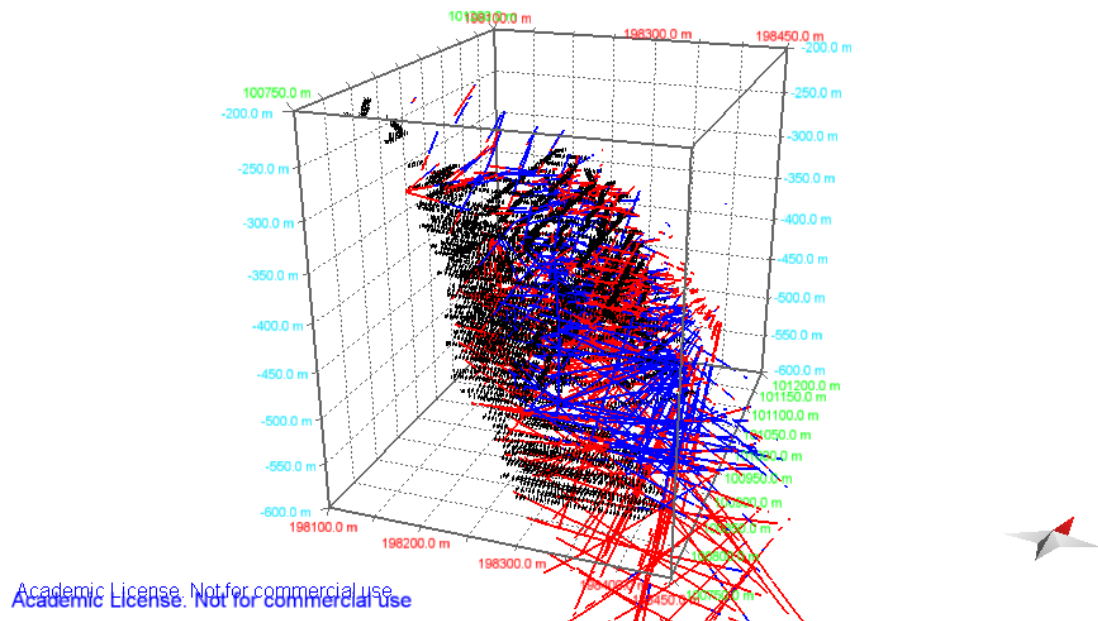


Figura 4.2 – Representação 3D das amostras de mina sobrepostas com as sondagens e pormenor da malha de recolha das amostras de mina, em cada avanço são recolhidas 9 amostras segundo uma malha de 3 por 3.

4.3 ANÁLISE UNIVARIADA

Para melhor compreensão das características das variáveis em estudo, foi realizada uma análise estatística univariada dos teores em cobre, zinco e arsénio, tanto para as amostras das sondagens como para as amostras da mina. Os resultados encontram-se sintetizados nos histogramas das figuras 4.3 e 4.4, bem como, na tabela 4.1.

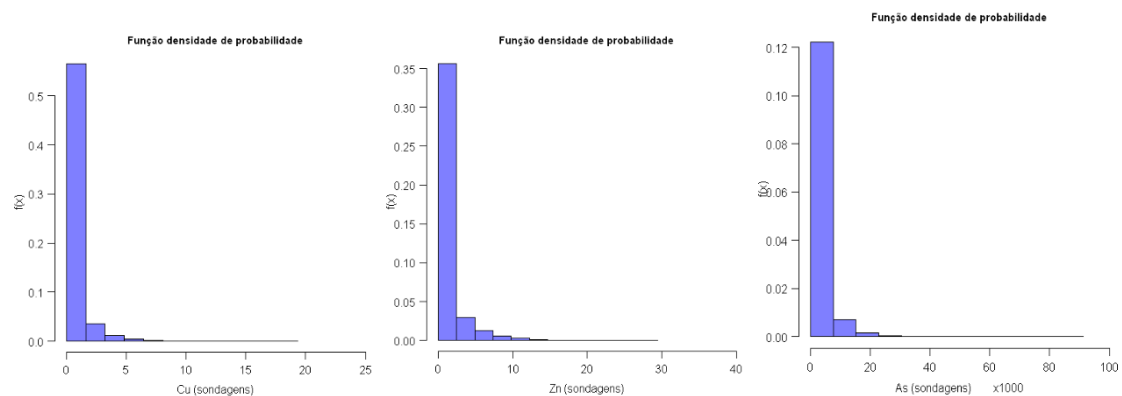


Figura 4.3 – Histogramas de barras dos teores em cobre, zinco e arsénio dos dados das sondagens

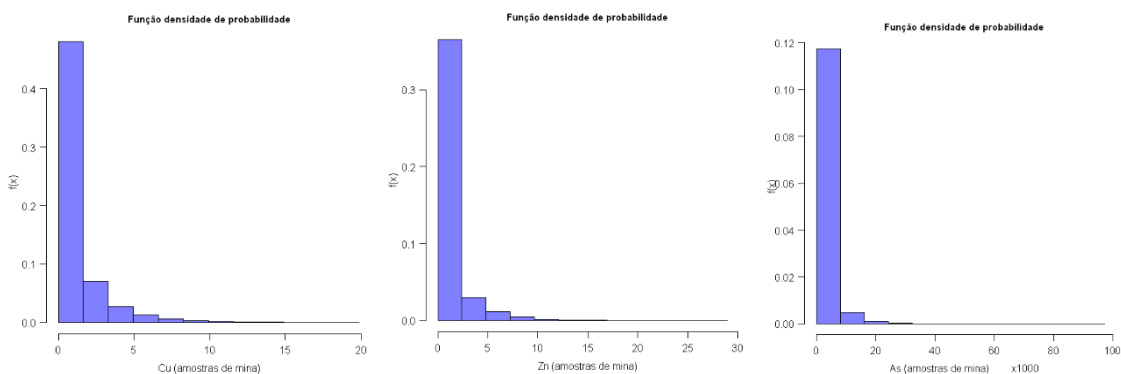


Figura 4.4 – Histogramas de barras dos teores em cobre, zinco e arsênio das amostras de mina

Tabela 4.1 – Estatísticos básicos univariados dos elementos químicos (Cobre, Zinco, Arsênio)

	Mina			Sondagens		
Estatísticos básicos	Cu (%)	Zn (%)	As (ppm)	Cu (%)	Zn (%)	As (ppm)
#	38471	38471	38471	40511	40461	39420
mínimo	0.001	0.001	12	0.001	0	5
máximo	19.86	28.97	97149	19.35	29.41	91300
moda	0.001	0.001	108	0.001	0.01	25
média (m)	1.097	0.905	2156.041	0.538	0.953	2077.496
mediana (M)	0.42	0.05	999	0.172	0.056	599.5
Q1	0.12	0.001	357	0.03	0.01	126.674
Q3	1.31	0.92	2382	0.54	0.861	2255
variância	2.955	3.651	13067357	1.086	4.045	14346850
desvio padrão (sigma)	1.719	1.911	3614.88	1.042	2.011	3787.724
coef. variação (sigma/m)	1.567	2.11	1.677	1.937	2.109	1.823
Q3-Q1 (IQR)	1.19	0.919	2025	0.51	0.851	2128.326
coef. variação (IQR/M)	2.833	18.38	2.027	2.965	15.196	3.55
amplitude (max-min)	19.859	28.969	97137	19.349	29.41	91295
coef. assimetria	3.129	3.971	5.812	4.495	3.479	4.25
coef. Galton	0.496	0.893	0.366	0.443	0.892	0.556
curtose	16.434	26.816	69.509	33.382	18.795	35.483

Estes resultados mostram que:

- O número de amostras, quer de sondagens quer de amostras de mina, é bastante significativo (próximo de 40000) e são da mesma ordem de grandeza;

- O teor médio em cobre das amostras de mina é muito superior ao das sondagens; cerca do dobro), o mesmo já não acontece para os teores médios em zinco e arsénio que são parecidos. Quando se comparam as medianas, esta evidência é ainda válida para o cobre e o zinco, já no caso do arsénio a mediana nas sondagens é da ordem do dobro da obtida nos dados de mina.
- Relativamente à dispersão, os maiores valores do coeficiente de variação são do zinco (quase iguais para os dados de mina e para os dados das sondagens), segue-se o cobre e o arsénio nos dados da mina e com menor dispersão o cobre e o arsénio nos dados das sondagens. As diferenças não chegam a ser muito grandes.
- Relativamente à assimetria, todas as variáveis que vão ser trabalhadas são extremamente assimétricas positivas (coeficientes de assimetria sempre superiores a 3), sendo o arsénio a variável mais assimétrica de todas.
- Finalmente, segundo o coeficiente de curtose todas as variáveis são muito diferentes do que seria uma lei de distribuição normal (coeficiente de curtose igual a 3), o que também pode ser verificado pela forma dos histogramas que não têm qualquer semelhança com uma lei deste tipo.

4.4 ANÁLISE BIVARIADA

A análise bivariada que se segue foi realizada para os teores em cobre, zinco e arsénio, relativos aos dados de sondagens e de amostras de mina. Os resultados são duas matrizes de coeficientes de correlação de Pearson e de Spearman (tabela 4.2), respetivamente para as sondagens e para as amostras de mina e também duas matrizes de diagramas de dispersão cruzando as variáveis mencionadas (Figuras 4.5 e 4.6).

Tabela 4.2 – Matrizes dos coeficientes de correlação de Pearson (metade inferior a azul) e de Spearman (metade superior e vermelho) para as três variáveis em estudo, sondagens (à esquerda) e amostras de mina (à direita).

	Cu	Zn	As
Cu	1	0.280	0.270
Zn	-0.064	1	0.706
As	-0.045	0.639	1

	Cu	Zn	As
Cu	1	0.043	0.153
Zn	-0.113	1	0.670
As	-0.063	0.546	1

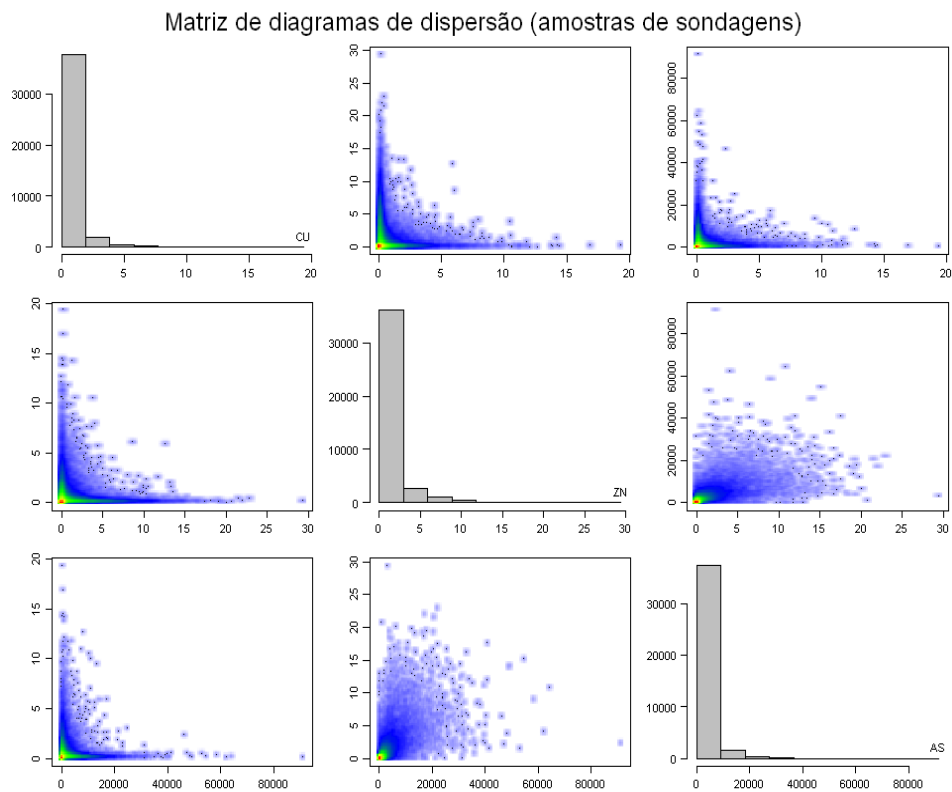


Figura 4.5 – Matriz de diagramas de dispersão construída com as variáveis em estudo para as amostras de sondagens

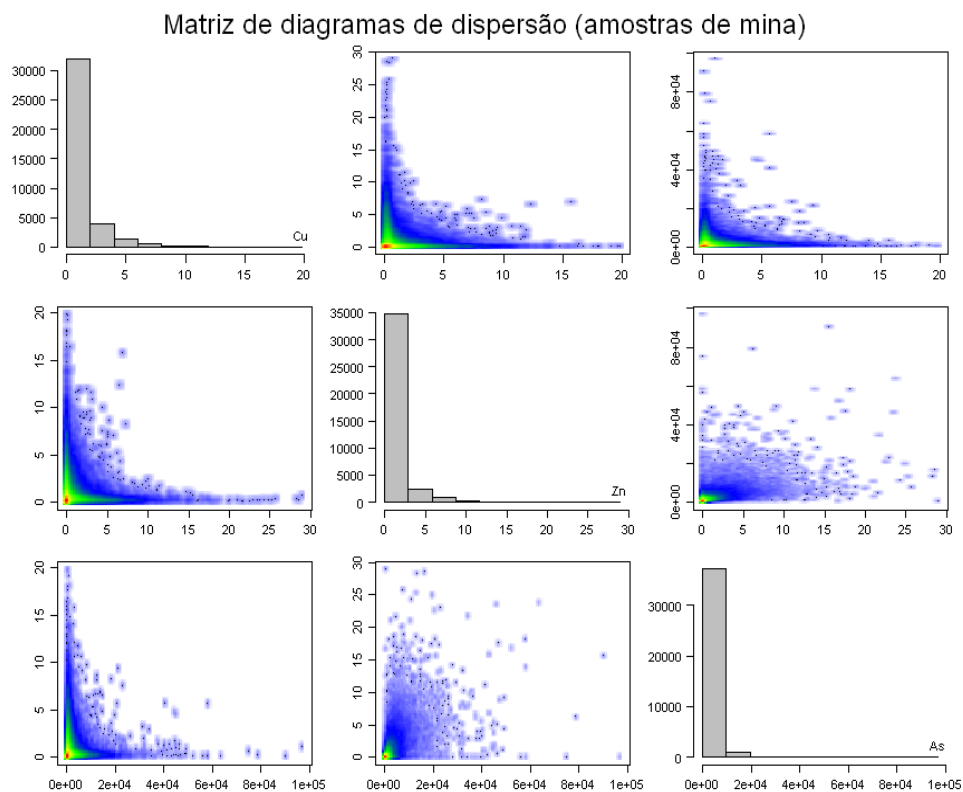


Figura 4.6 – Matriz de diagramas de dispersão construída com as variáveis em estudo para as amostras de mina

Estes resultados mostram que as únicas correlações dignas de registo são as relativas ao par de elementos químicos arsénio / zinco, e os valores são da mesma ordem de grandeza tanto para as amostras de sondagens como para as amostras de mina. Para este par de variáveis, o coeficiente de Spearman é nas duas matrizes ligeiramente mais elevado do que o de Pearson, o que pela análise dos diagramas de dispersão parece ser devido à ocorrência de valores anómalos nas duas variáveis, mas não em simultâneo.

4.5 ANÁLISE DA CONTINUIDADE ESPACIAL

A análise da continuidade espacial foi realizada em separado para os dados das sondagens e os dados da mina, e também para as três variáveis que suportam este estudo (cobre, zinco e arsénio). Compreendeu, como é habitual, o cálculo de variogramas experimentais para várias direções e o ajuste de modelos teóricos de variograma. Para os dados das sondagens, foram ainda calculados variogramas experimentais e ajustados modelos teóricos ao longo da sondagem para aferir o valor do efeito de pepita.

Foram consideradas três direções principais ortogonais que refletem a estrutura geológica e geométrica do depósito de Feitais conforme a informação já obtida em estudos anteriores (Costa, 2017). O azimute e inclinação das três direções analisadas no referencial rodado de -45° em torno do eixo OZ são as seguintes: (direção I) azimute 90° (EW); inclinação -70° ; (direção II) azimute 0° (NS); inclinação 0° (horizontal); (direção III) azimute 90° (EW); inclinação 20° . Para facilitar a comparação entre modelos teóricos, todos os patamares foram recalculados para a unidade.

Os resultados dos variogramas e os modelos ajustados podem ser vistos nas Figuras 4.7 a 4.13, respetivamente os variogramas experimentais para as três variáveis na direção das sondagens (Figura 4.7) e o efeito de pepita proposto, os variogramas dos dados das sondagens nas três direções principais para o cobre (Figura 4.8), zinco (Figura 4.9) e arsénio (Figura 4.10) e os variogramas dos dados das amostras de mina nas três direções principais para o cobre (Figura 4.11), zinco (Figura 4.12) e arsénio (Figura 4.13). As tabelas 4.3 e 4.4 sintetizam os parâmetros dos modelos teóricos de variograma por direção e por variável, respetivamente para os dados de sondagens e de mina.

Importa referir que os dados das sondagens cobrem um espetro largo de direções, já o mesmo não acontece com os dados das amostras de mina, cujas amostras seguem a orientação das galerias. Sabendo de antemão desta questão, nesta fase considerou-se o cálculo e ajustamento independente dos variogramas para as duas fontes de dados com as mesmas direções.

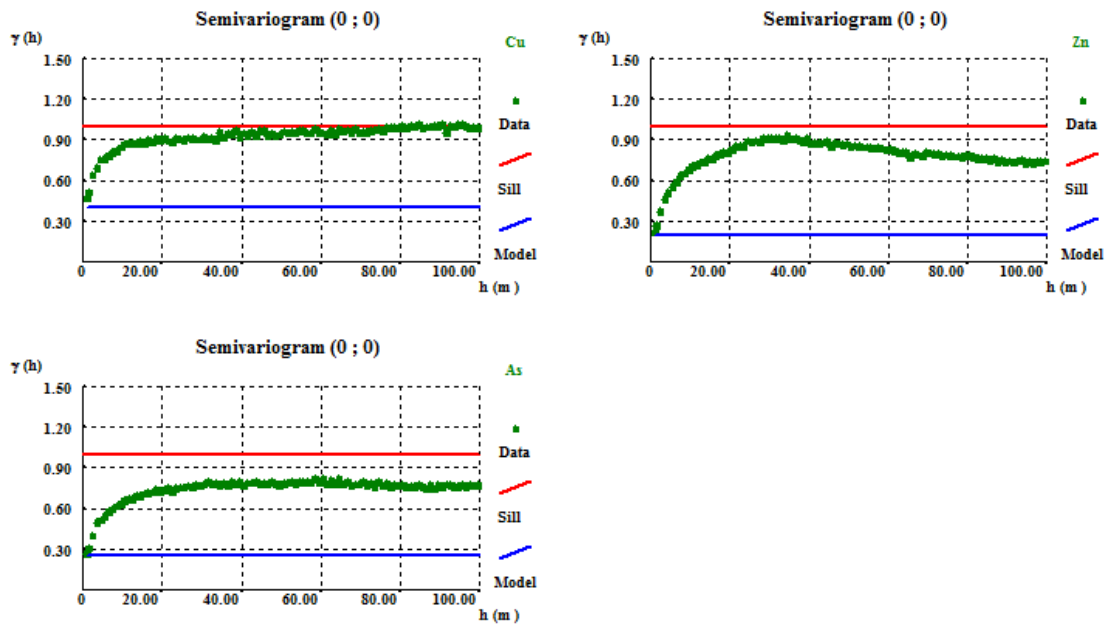


Figura 4.7 – Variogramas experimentais calculados na direção das sondagens para os elementos químicos cobre, zinco e arsênio e representação do patamar do efeito de pepita proposto

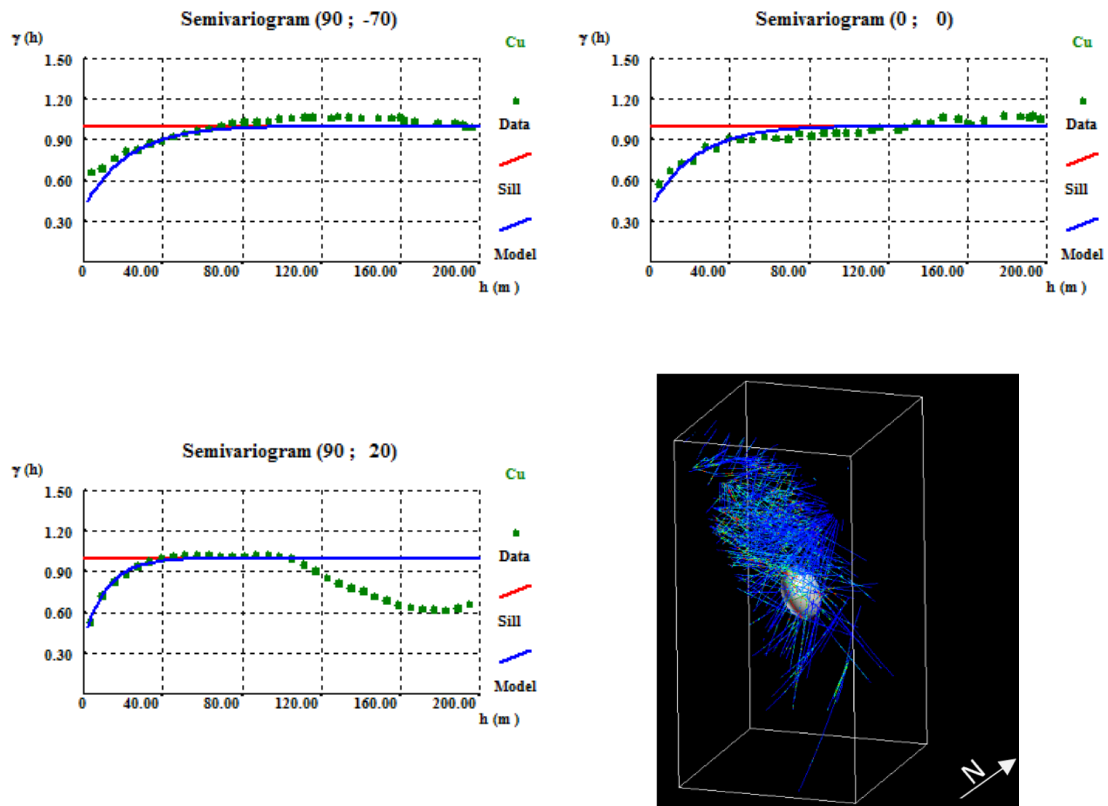


Figura 4.8 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável cobre para os dados das sondagens nas três direções analisadas e enquadramento do elipsoide de amplitudes na malha de sondagens.

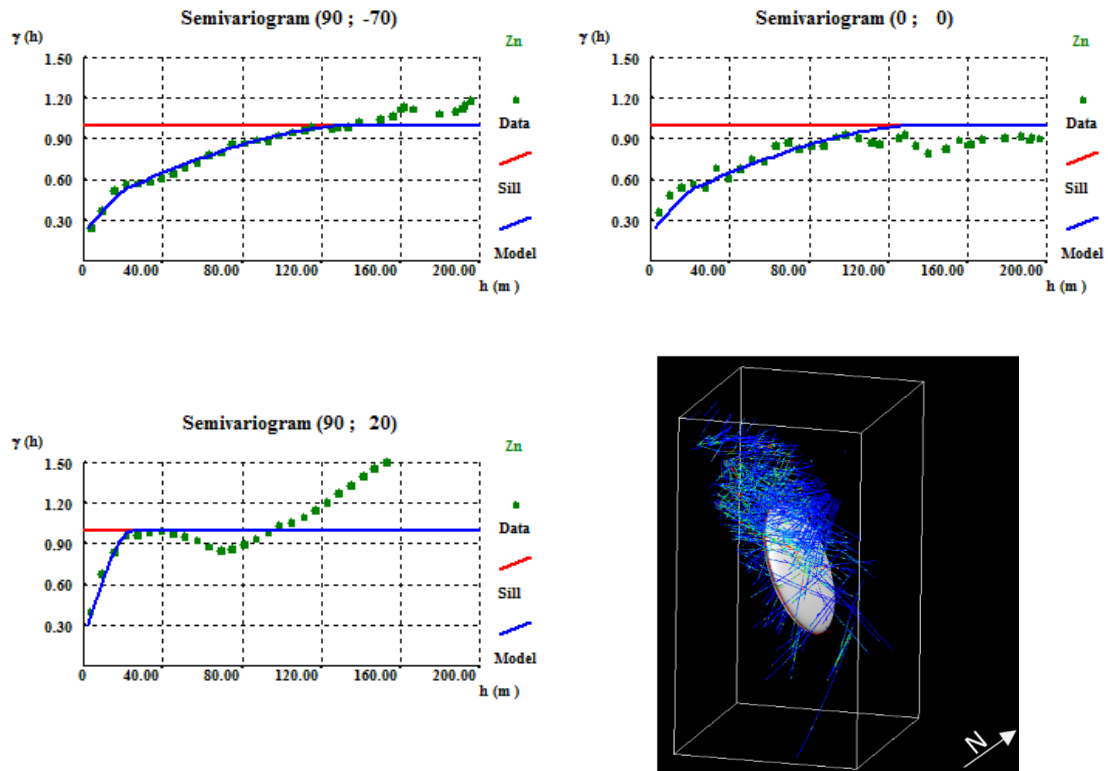


Figura 4.9 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável zinco para os dados das sondagens nas três direções analisadas e enquadramento do elipsoide de amplitudes na malha de sondagens.

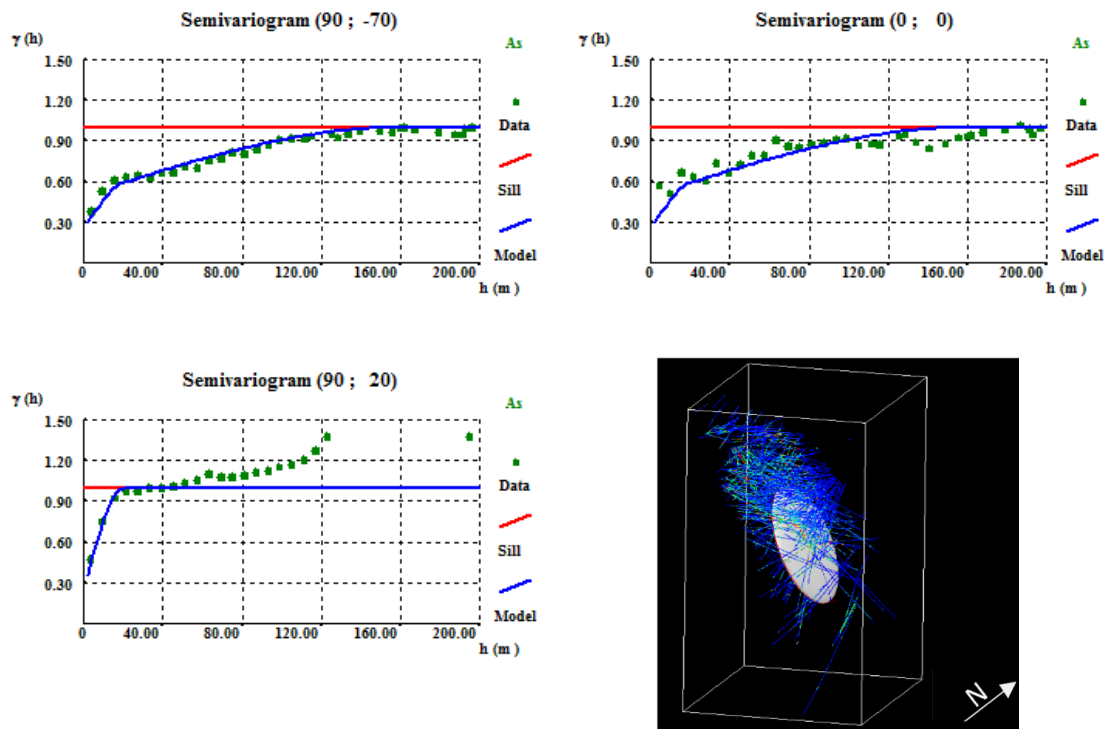


Figura 4.10 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável arsênio para os dados das sondagens nas três direções analisadas e enquadramento do elipsoide de amplitudes na malha de sondagens.

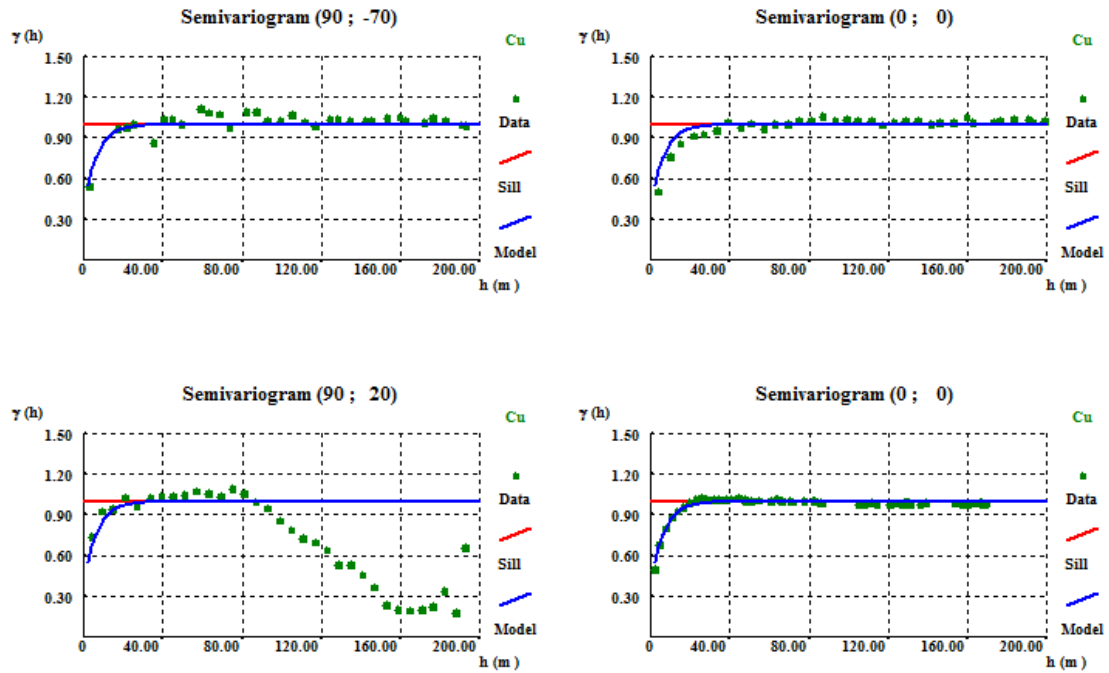


Figura 4.11 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável cobre para os dados das amostras de mina nas três direções analisadas e a omnidirecional.

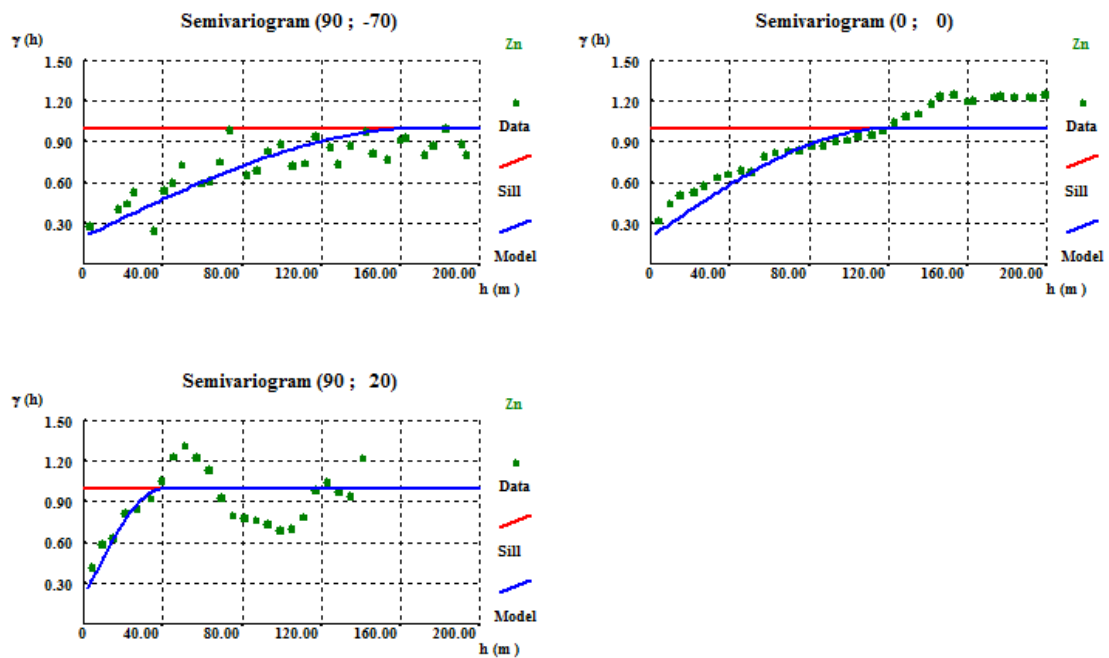


Figura 4.12 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável zinco para os dados das amostras de mina nas três direções analisadas.

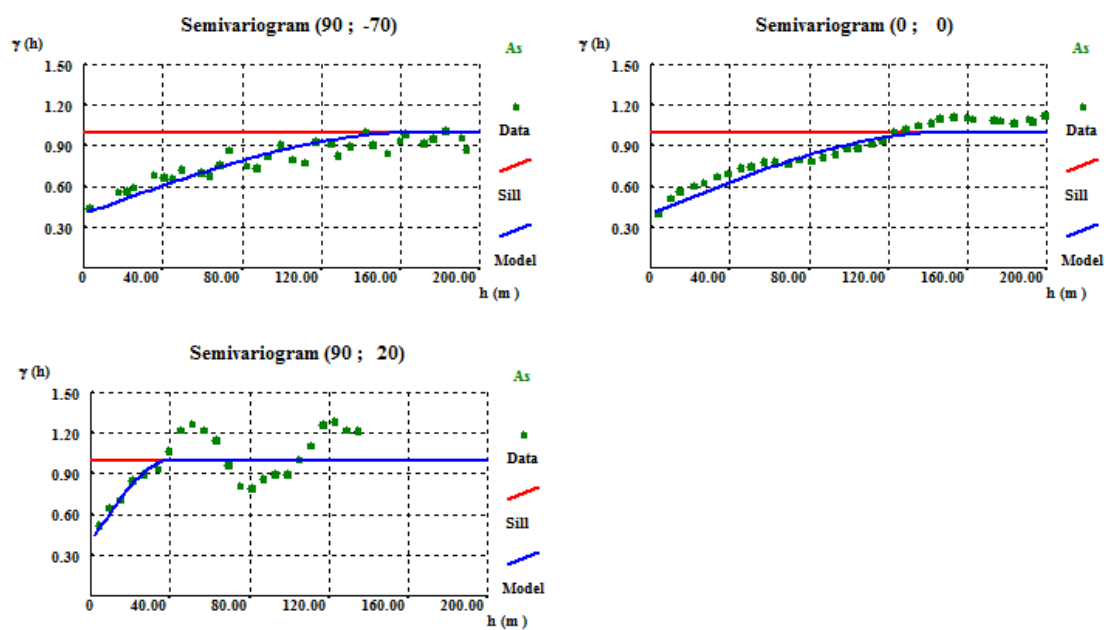


Figura 4.13 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados para a variável arsênio para os dados das amostras de mina nas três direções analisadas.

Tabela 4.3 – Parâmetros dos modelos teóricos de variograma ajustados para as variáveis cobre, zinco e arsênio para os dados das sondagens

Elemento	Direção	C0	Estrutura 1			Estrutura 2		
			C1	Função 1	a1 (m)	C2	Função 2	a2 (m)
Cobre	90°; -70°	0,4	0,6	Exponencial	65	-	-	-
	0°; 0°				65	-	-	-
	90°; 20°				35	-	-	-
Zinco	90°; -70°	0,2	0,2	Esférica	25	0,8	Esférica	140
	0°; 0°				25			140
	90°; 20°				25			25
Arsênio	90°; -70°	0,25	0,25	Esférica	20	0,5	Esférica	160
	0°; 0°				20			160
	90°; 20°				20			20

Tabela 4.4 – Parâmetros dos modelos teóricos de variograma ajustados para as variáveis cobre, zinco e arsênio para os dados das amostras de mina

Elemento	Direção	C0	Estrutura 1			Estrutura 2		
			C1	Função 1	a1 (m)	C2	Função 2	a2 (m)
Cobre	90°; -70°	0,4	0,6	Exponencial	20	-	-	-
	0°; 0°				20	-	-	-
	90°, 20°				20	-	-	-
Zinco	90°; -70°	0,2	0,8	Esférica	170	-	-	-
	0°; 0°				120	-	-	-
	90°, 20°				40	-	-	-
Arsênio	90°; -70°	0,4	0,6	Esférica	170	-	-	-
	0°; 0°				150	-	-	-
	90°, 20°				40	-	-	-

Estes resultados mostram que:

- À escala de amostragem e dimensão dos suportes, todas as variáveis exibem efeito de pepita que foi quantificado calculando variogramas ao longo da direção da sondagem. O cobre apresenta o maior valor de efeito de pepita, com cerca de 40% do patamar, a que se seguem as variáveis arsênio e zinco com 25 e 20%, respetivamente.
- Os variogramas para o cobre só mostraram uma estrutura, ao contrário das restantes variáveis zinco e arsênio que mostraram muito claramente duas estruturas (dados de sondagens).
- Os modelos de variogramas ajustados para as variáveis zinco e arsênio (dados de sondagens e de amostras de mina) são semelhantes, o que é justificado pela correlação moderada existente entre estas duas variáveis.
- Todos os variogramas calculados com os dados de sondagens são anisotrópicos. As direções de maior continuidade são 90°; -70° e 0°; 0°, e têm sempre a mesma amplitude; já a direção perpendicular a estas 90°, 20° tem sempre uma amplitude inferior. O arsênio mostra ser a variável mais contínua (amplitude máxima de 160 metros), a que se segue o zinco (continuidade muito semelhante, com amplitude máxima de 140 metros), já a variável menos contínua é o cobre com 65 metros.
- Os variogramas calculados para as três variáveis das amostras de mina mostraram ter efeito de pepita da mesma ordem de grandeza dos dados das sondagens, já relativamente ao número de estruturas todos os cálculos só evidenciaram uma estrutura. No caso do cobre a amplitude é bastante inferior, estimada em 20 metros.

No caso do zinco e do arsénio a amplitude máxima é de 170 metros obtida na direção 90°; -70°. Na direção 0°; 0° os modelos de variograma já não são iguais a 90°; -70° e as amplitudes são ligeiramente inferiores.

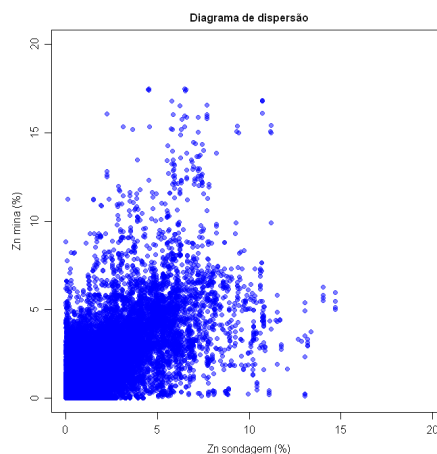
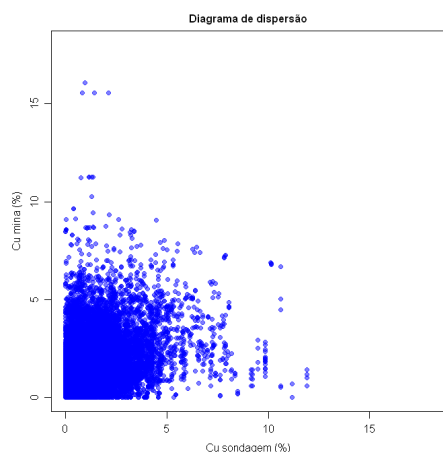
4.6 CORRELAÇÃO ENTRE OS TEORES DAS SONDAGENS E DAS AMOSTRAS DE MINA

Para correlacionar os teores medidos nas sondagens com os das amostras de mina, e porque estas duas medições não ocorrem exatamente nos mesmos locais, fez-se uma estimação por krigagem normal dos teores para uma malha de blocos que envolve todos os dados disponíveis. A dimensão dos blocos foi de 2 x 2 x 2 metros, que é a resolução espacial das amostras das sondagens.

A estimação foi realizada com a condicionante de só serem krigados os blocos que estivessem a menos de 4 metros, simultaneamente, de uma amostra de sondagem e de mina. No total foram estimados 46202 blocos para o cobre, 45612 blocos para o zinco e 43717 para o arsénio. Com estes valores estimados calcularam-se as correlações de Pearson e de Spearman (Tabela 4.5) e representaram-se os respetivos diagramas de dispersão e gráficos QQ.

Tabela 4.5 – Matriz de coeficientes de correlação de Pearson (azul) e de Spearman (vermelho) para as três variáveis em estudo entre os dados das sondagens e as amostras de mina

Cu	Sondagem	Mina	Zn	Sondagem	Mina	As	Sondagem	Mina
Sondagem	1	0.609	Sondagem	1	0.804	Sondagem	1	0.749
Mina	0.476	1	Mina	0.726	1	Mina	0.702	1



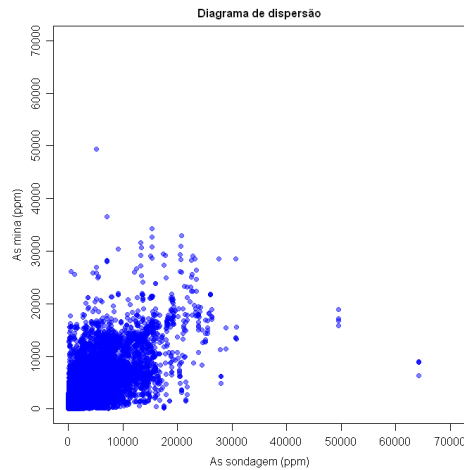


Figura 4.14 – Diagramas de dispersão para as variáveis cobre, zinco e arsênio entre os dados das sondagens e das amostras de mina

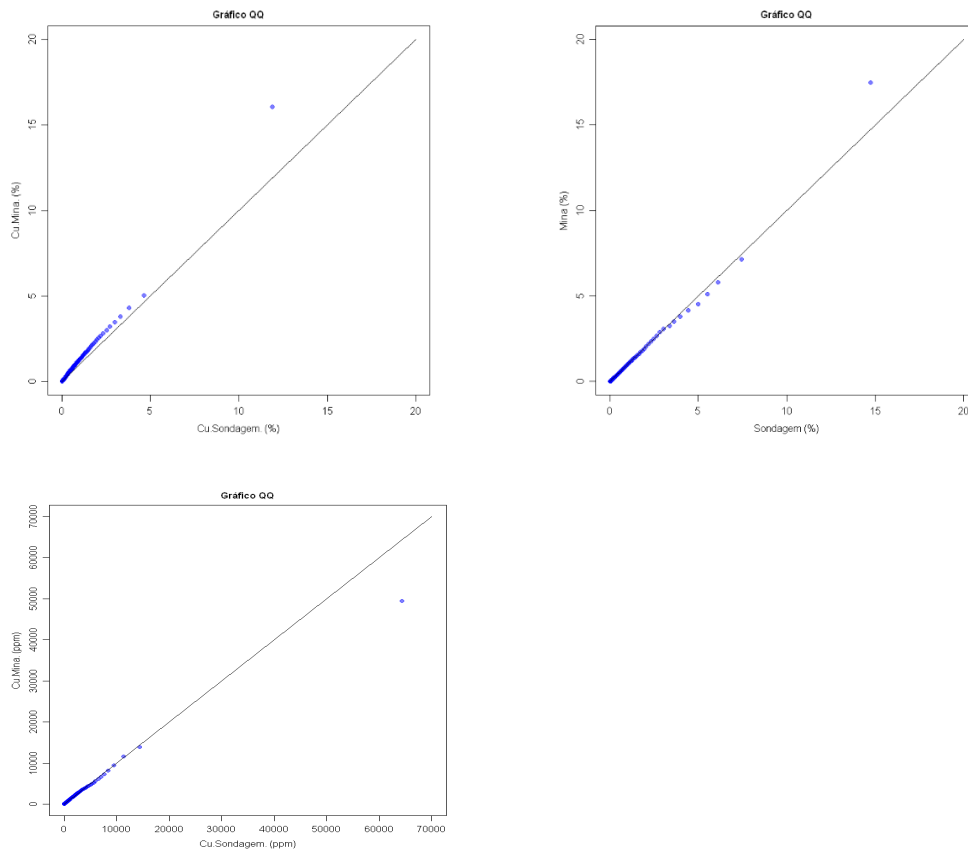


Figura 4.15 – Gráficos QQ para as variáveis cobre, zinco e arsênio entre os dados das sondagens e das amostras de mina

A matriz de coeficientes de correlação da tabela 4.5 mostra que os dados das sondagens e os dados da mina estão bem correlacionados positivamente. A correlação é média-alta para o zinco, seguida de perto para o arsênio, já para o cobre é moderada. Os diagramas de dispersão da

figura 4.14 corroboram estas correlações. Já os gráficos QQ da figura 4.15 mostram no essencial que os histogramas da mesma variável, obtidos com os dados das sondagens ou com as amostras de mina, são muito semelhantes e as diferenças que existem estão nas classes de valores mais elevados.

Para complementar esta avaliação, foram calculados correlogramas (autocorrelações espaciais) a fim de ser avaliada a relação entre os dados das sondagens e os dados das amostras de mina consoante a distância. Para o cálculo dos correlogramas cruzam-se os dados das sondagens com os dados da mina, de forma que cada valor de sondagem foi cruzado com uma ou várias amostras de mina (1, 4, 8, 12, 20, e 40). Sendo z_1 os dados das sondagens e z_2 os dados da mina, os correlogramas foram calculados com a expressão:

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{\sigma_{z_1}(h) \cdot \sigma_{z_2}(h)} = \frac{\frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (z_1(x_i) \cdot z_2(x_i + h) - m_{z_1} \cdot m_{z_2})}{\sigma_{z_1}(h) \cdot \sigma_{z_2}(h)}$$

Os resultados podem ser visualizados na Figura 4.16.

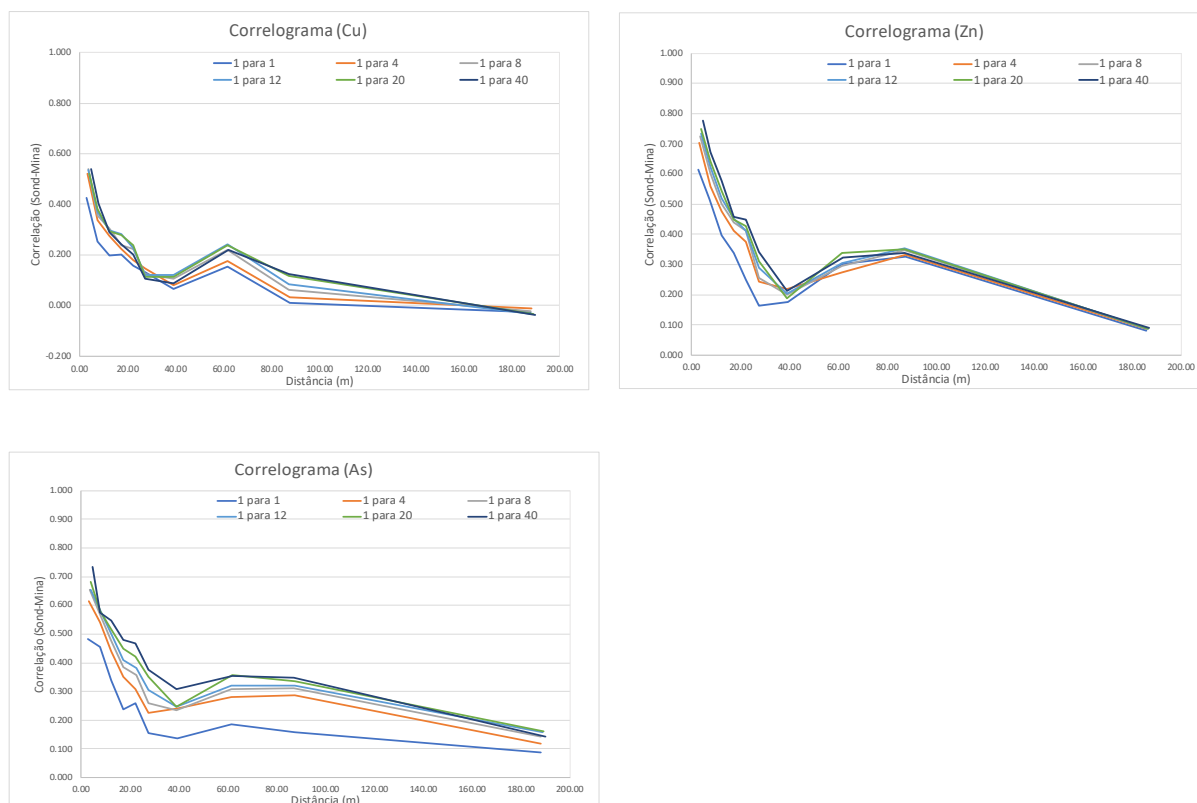


Figura 4.16 – Correlogramas cruzando os dados das sondagens e das amostras de mina em função da distância para os teores em cobre, zinco e arsénio

Observa-se existir correlação entre o teor do mesmo elemento químico medido nas amostras das sondagens e nas amostras de mina, e que esta correlação vai diminuindo gradualmente com a distância. As correlações espaciais são mais elevadas para o zinco, segue-se de perto o arsénio e com menor correlação espacial encontra-se o cobre.

4.7 TESTES DE INTEGRAÇÃO DE DADOS

Este subcapítulo concentra a componente experimental dos testes das quatro hipóteses de abordagem adotadas para a condução do presente estudo, integração de dados de sondagens e amostras de mina. Para relembrar, as hipóteses que vão ser testadas são:

- **H0** (teste de referência) – Estimação por krigagem simples e krigagem normal apenas utilizando os dados das sondagens;
- **H1** – Estimação por krigagem simples e krigagem normal misturando os dados das sondagens e das amostras de mina;
- **H2** – Krigagem normal com os dados das amostras de mina seguida de cokrigagem colocalizada simples e normal com os dados das sondagens condicional à krigagem normal anterior;
- **H3** – Estimação independente, primeiro só com os dados das sondagens e depois só com os dados da mina e junção *a posteriori* das duas estimativas por ponderação linear.

Todas as hipóteses foram aplicadas às variáveis cobre, zinco e arsénio.

4.7.1 H0 – KRIGAGEM SIMPLES E NORMAL (SÓ DADOS DAS SONDAJENS)

A hipótese H0, também designada como a abordagem base ou padrão para as restantes hipóteses, consiste na estimação através da krigagem simples e da krigagem normal, utilizando só a informação das sondagens. Para cada formalismo de krigagem foram testadas a seleção de vários conjuntos de amostras vizinhas mais próximas de 4 a 40.

Os resultados obtidos para cada variável encontram-se sintetizados e expressos em termos dos erros médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) nas figuras 4.17 a 4.19.

Variável	KN			KS		
	# Amostras	EM	EQM	# Amostras	EM	EQM
Cu	4	0.033763	1.181329	4	0.002738	0.992601
	8	0.016415	1.065524	8	-0.00393	0.95454
	12	0.008567	1.019507	12	-0.00684	0.93684
	16	0.007669	0.974479	16	-0.00762	0.920814
	20	0.007441	0.94406	20	-0.00833	0.907584
	24	0.008535	0.923649	24	-0.00822	0.900116
	28	0.009405	0.911074	28	-0.00818	0.896353
	32	0.009615	0.906594	32	-0.00841	0.894193
	36	0.010754	0.904431	36	-0.00835	0.895512
	40	0.012203	0.900124	40	-0.00752	0.893589

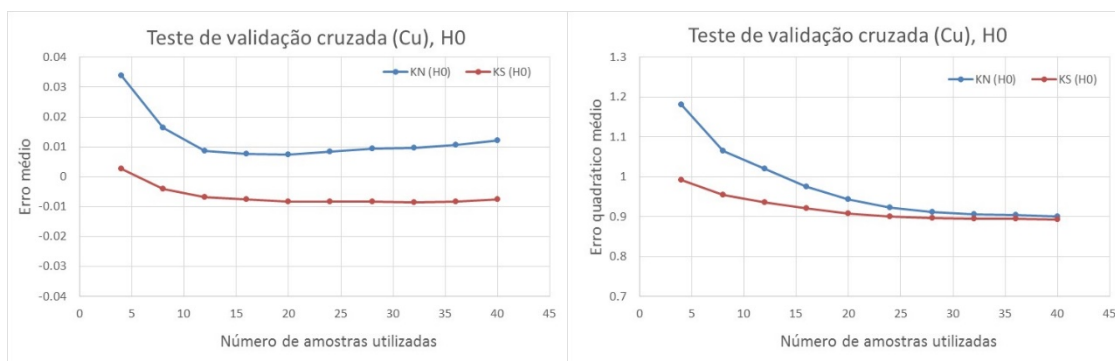


Figura 4.17 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos a H0, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável cobre) e respetiva representação gráfica

Váriável	KN			KS		
	# Amostras	EM	EQM	# Amostras	EM	EQM
Zn	4	0.012673	3.151203	4	-0.03129	2.754375
	8	0.006688	2.838473	8	-0.03553	2.621602
	12	0.002014	2.605816	12	-0.03472	2.517829
	16	-0.00148	2.526048	16	-0.03566	2.455359
	20	-0.00264	2.440527	20	-0.03611	2.416472
	24	-0.00363	2.393681	24	-0.03654	2.39709
	28	-0.00293	2.333999	28	-0.0357	2.360954
	32	-0.00295	2.314706	32	-0.03338	2.345304
	36	-0.00182	2.285708	36	-0.03171	2.32909
	40	-0.00069	2.2823	40	-0.03007	2.328071

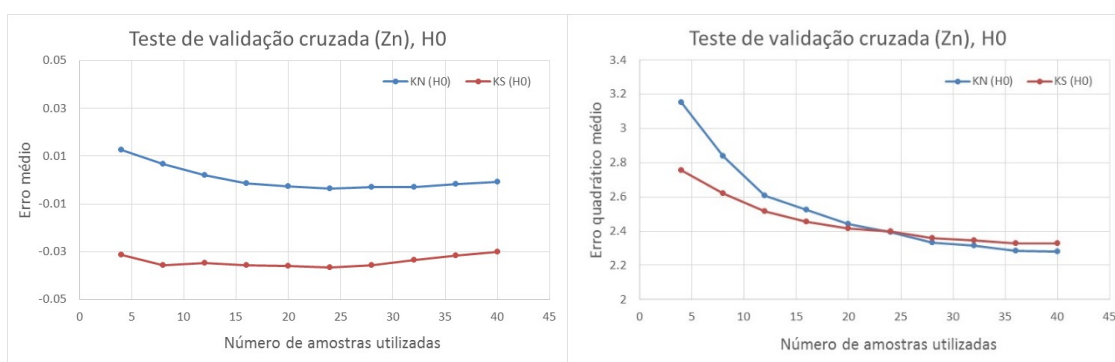


Figura 4.18 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos a H0, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável zinco) e respetiva representação gráfica

Variável	KN			KS		
	# Amostras	EM	EQM	# Amostras	EM	EQM
As	4	-6.10126	11933213.0	4	-107.253	10382497
	8	-3.58733	10579082.0	8	-113.196	9977994
	12	-16.0134	9940579	12	-115.385	9634515
	16	-20.7385	9251981	16	-113.652	9369454
	20	-23.5336	9081364	20	-115.47	9248201
	24	-24.776	8958598	24	-114.611	9137508
	28	-19.3802	8924779	28	-109.993	9068646
	32	-13.1159	8793760	32	-103.08	9002552
	36	-5.86029	8633720	36	-95.3	8932886
	40	-3.83951	8554833	40	-90.8523	8863969

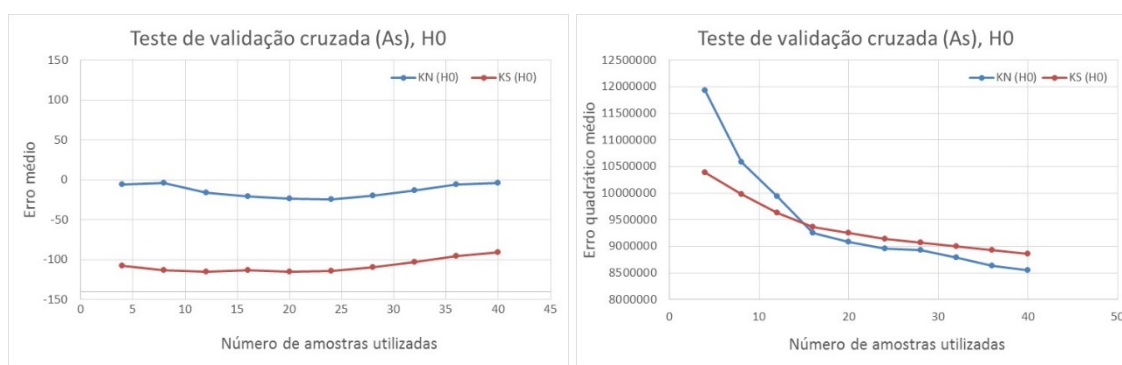


Figura 4.19 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos a H0, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (teor em arsénio) e respetiva representação gráfica

As tabelas e gráficos apresentados relativos ao teste H0 mostram que, regra geral, a KS apresenta resultados melhores do que os obtidos pela KN em termos de EQM (já o mesmo não se passa em relação ao EM). Também, a medida que aumenta o número de amostras na estimação o EQM vai sempre diminuindo progressivamente, mas parece existir uma diminuição mais rápida até 12 amostras e depois a diminuição mais lenta. Para conjuntos de amostras superiores ou iguais a 20 a KS e a KN dão resultados quase iguais em termos de EQM.

Relativamente ao EM, verifica-se que para algumas variáveis os valores são sistematicamente negativos (arsénio e zinco) (sinal de uma ligeira subestimação) já para o cobre a KS dá valores positivos (sinal de ligeira sobrestimação) e a KN dá valores negativos. Em termos do EM a KN dá quase sempre resultados mais baixos em valor absoluto (as exceções são para alguns conjuntos de amostras de cobre). Importa referir que a magnitude destes valores é relativamente baixa e não indicia existirem enviesamentos significativos.

Como já foi mencionado, estes resultados devem ser entendidos como do cenário de referência para as restantes hipóteses.

4.7.2 H1 – KRIGAGEM SIMPLES E KRIGAGEM NORMAL (DADOS DE SONDAGENS E AMOSTRAS DE MINA)

Na hipótese de abordagem H1 foram realizadas duas krigagens (simples e normal), com um único conjunto de dados que resulta da junção dos dados das sondagens e das amostras de mina. Esta hipótese H1 será a primeira comparação com a hipótese H0. Os resultados encontram-se sintetizados nas figuras 4.20, 4.21 e 4.22 respetivamente para o cobre, zinco e arsénio.

Em termos do EQM, os resultados obtidos no teste H1 são consistentemente melhores dos que os obtidos em H0, para as três variáveis em análise, pese embora as diferenças para melhor não sejam muito grandes. Os erros médios obtidos para H1 são sistematicamente negativos, e na maior parte dos casos a KS gera maiores erros em valor absoluto. Este enviesamento é muito maior no cobre, e é também a variável cobre que mostra existirem maiores diferenças estatísticas entre os dados de sondagens e de mina. Este desvio pode também ser devido a que a janela de dados das amostras de mina é bastante mais pequena do que a janela de dados das sondagens. Este enviesamento constitui uma questão a ser mais bem avaliada se se fizer uma estimação 3D de teores numa malha de blocos com a hipótese H1.

Em síntese, em termos do EQM, os valores de H1 são sempre menores do que H0, então fica comprovado existir mais-valia em considerar, simultaneamente, os dados de sondagens e os dados de mina, em detrimento de utilizar só os dados das sondagens.

	KN	EM	EQM	KS	EM	EQM
Variável	H1					
Cu	4	-0.056976	1.018795	4	-0.061325	0.932062
	8	-0.064404	0.951054	8	-0.06451	0.900347
	12	-0.068697	0.921222	12	-0.063648	0.883338
	16	-0.066515	0.898614	16	-0.061133	0.872084
	20	-0.064703	0.882397	20	-0.059428	0.86229
	24	-0.060802	0.87211	24	-0.057325	0.858677
	28	-0.058006	0.864318	28	-0.055397	0.855887
	32	-0.056852	0.860001	32	-0.054271	0.853255
	36	-0.053785	0.856927	36	-0.053081	0.852735
	40	-0.051124	0.852541	40	-0.051775	0.850331

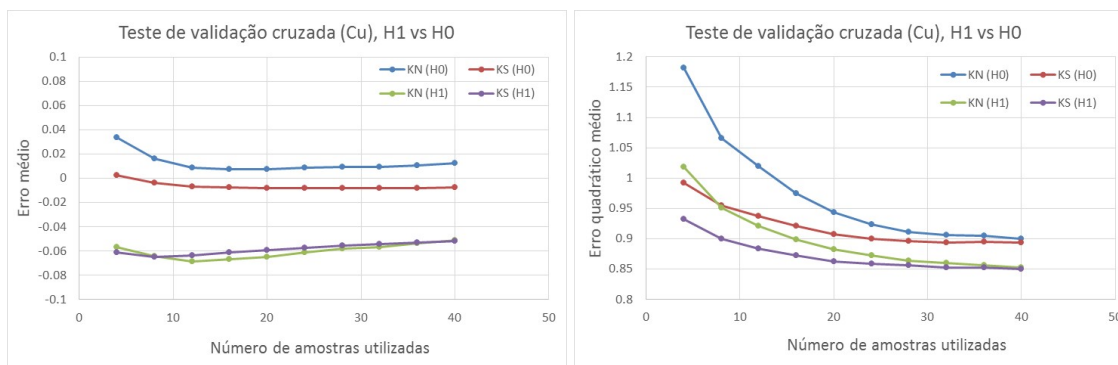


Figura 4.20 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H1, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável cobre) e respetiva representação gráfica comparativa com H0.

	KN	EM	EQM	KS	EM	EQM
Variável	H1					
Zn	4	-0.079141	2.836032	4	-0.036317	2.642989
	8	-0.063833	2.631106	8	-0.040647	2.539994
	12	-0.054926	2.487251	12	-0.037851	2.46722
	16	-0.048525	2.408018	16	-0.037335	2.417066
	20	-0.042398	2.372082	20	-0.036689	2.396939
	24	-0.037383	2.344304	24	-0.035899	2.38516
	28	-0.032866	2.311825	28	-0.034088	2.358298
	32	-0.029955	2.294495	32	-0.032087	2.344377
	36	-0.024556	2.282543	36	-0.029751	2.332425
	40	-0.021567	2.284997	40	-0.027902	2.331874

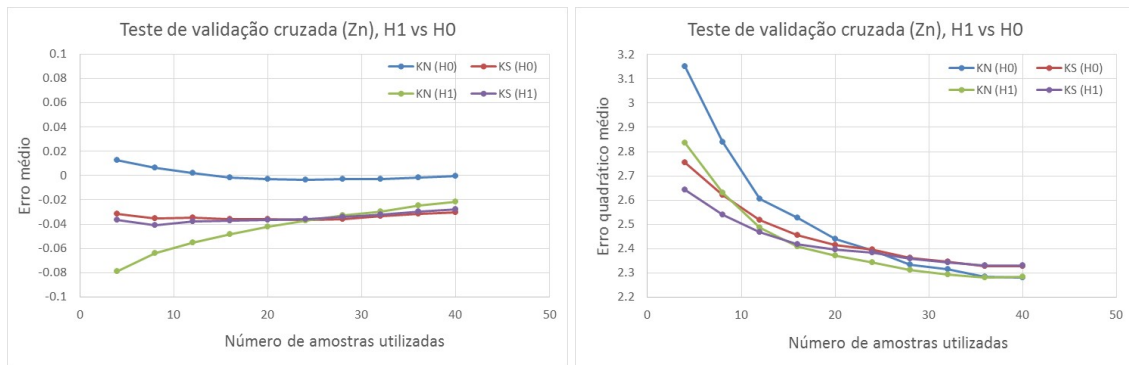


Figura 4.21 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H1, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável zinco) e respectiva representação gráfica comparativa com H0.

	KN	EM	EQM	KS	EM	EQM
Variável	H1					
As	4	-439.5181	11334976	4	-154.5876	9836400
	8	-375.5006	10411421	8	-163.3112	9513064
	12	-335.4765	9729780	12	-161.9597	9295480
	16	-292.4642	9150585	16	-156.852	9099623
	20	-264.1864	8920718	20	-155.6141	8983544
	24	-245.3165	8789874	24	-150.7346	8906887
	28	-228.4729	8714890	28	-144.8751	8839870
	32	-210.5697	8638486	32	-137.7883	8799906
	36	-191.2069	8558445	36	-130.3354	8757473
	40	-177.222	8517127	40	-124.516	8705508

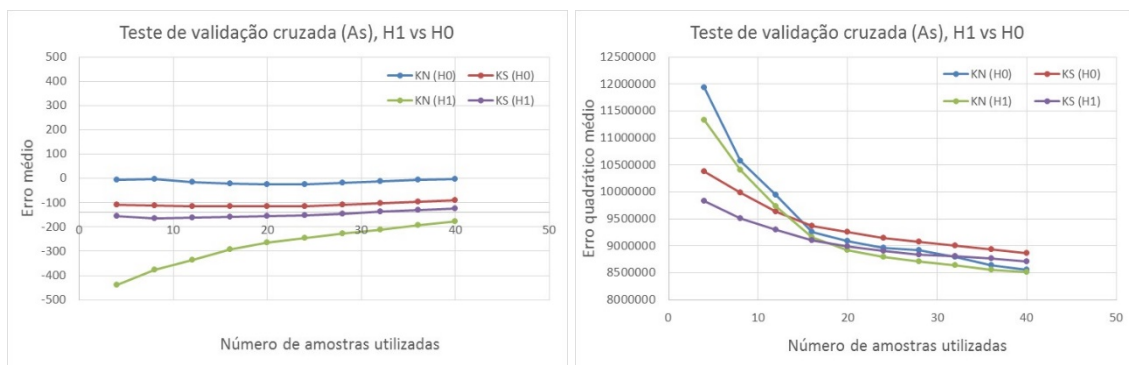


Figura 4.22 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H1, para cada formalismo de krigagem (KN ou KS) e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável arsénio) e respectiva representação gráfica comparativa com H0.

4.7.3 H2 – COKRIGAGEM COLOCALIZADA SIMPLES E NORMAL (DADOS DE SONDAGENS E AMOSTRAS DE MINA)

Na hipótese de abordagem H2 foram realizadas duas cokrigagens (simples e normal) após a krigagem dos teores na localização das sondagens com as amostras de mina. Nesta hipótese fazem-se duas estimativas sucessivas para integrar as duas fontes de dados, em alternativa a misturá-los como no teste H1. Esta hipótese H2 é comparada com os resultados de H0 e H1. Os resultados encontram-se sintetizados nas figuras 4.23, 4.24 e 4.25 respetivamente para o cobre, zinco e arsénio.

Em relação ao EQM, os resultados do teste H2 apenas mostram uma muito ligeira melhoria para o zinco relativamente aos obtidos por H1 (visível apenas quando a estimação se faz com um mais reduzido número de amostras), que para o cobre e o arsénio se mantém os melhores. Em relação ao EM, no caso do cobre os resultados são semelhantes, já no caso do zinco e do arsénio são francamente piores.

Em síntese, estes resultados não mostram vantagens de H2 relativamente a H1 que é uma metodologia muito mais fácil de aplicar.

	KN	EM	EQM	KS	EM	EQM
Variável	H2					
Cu	4	-0.06191	1.017243	4	-0.05314	0.961915
	8	-0.06111	0.965802	8	-0.05722	0.932705
	12	-0.05965	0.945189	12	-0.05879	0.91987
	16	-0.05604	0.923735	16	-0.05881	0.90755
	20	-0.05321	0.906905	20	-0.05896	0.896851
	24	-0.05045	0.895243	24	-0.05847	0.890907
	28	-0.04848	0.888223	28	-0.05816	0.887951
	32	-0.04719	0.885589	32	-0.05814	0.886263
	36	-0.0457	0.885459	36	-0.05789	0.88757
	40	-0.04404	0.88354	40	-0.05696	0.886154

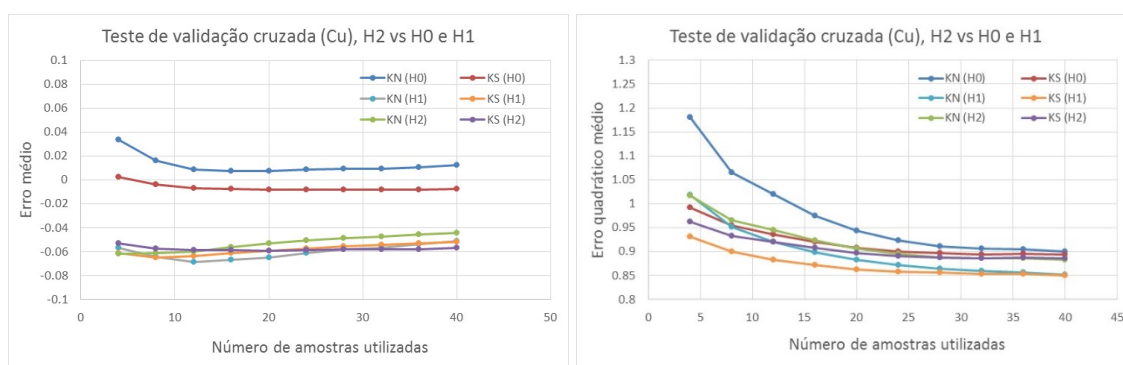


Figura 4.23 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H2, para cada os formalismos de cokrigagem normal e simples, e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável cobre) e respetiva representação gráfica comparativa com H0 e H1.

	KN	EM	EQM	KS	EM	EQM
Variável	H2					
Zn	4	-0.08164	2.666681	4	-0.07615	2.590308
	8	-0.08015	2.546759	8	-0.07985	2.50399
	12	-0.07663	2.44935	12	-0.07857	2.432569
	16	-0.07445	2.404271	16	-0.07893	2.38981
	20	-0.07261	2.373334	20	-0.0791	2.366513
	24	-0.07124	2.355422	24	-0.07928	2.356479
	28	-0.06924	2.324741	28	-0.07847	2.331693
	32	-0.06729	2.313977	32	-0.07638	2.320314
	36	-0.06545	2.299999	36	-0.07493	2.309067
	40	-0.06359	2.29778	40	-0.07342	2.307674

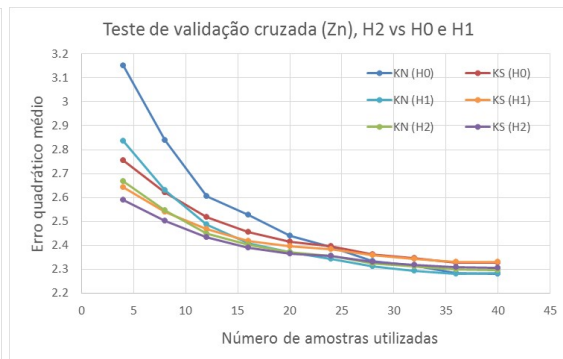
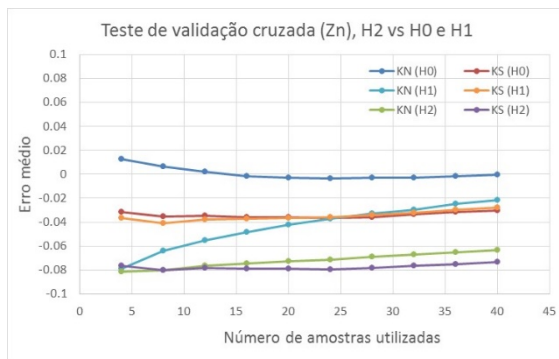


Figura 4.24 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H2, para cada os formalismos de cokrigagem normal e simples, e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável zinco) e respectiva representação gráfica comparativa com H0 e H1.

	KN	EM	EQM	KS	EM	EQM
Variável	H.2					
As	4	-422.254	10246957	4	-347.291	9879566
	8	-384.516	9740766	8	-348.175	9605594
	12	-363.277	9427881	12	-346.632	9371620
	16	-345.601	9126546	16	-342.489	9178065
	20	-334.297	9025921	20	-342.068	9094389
	24	-324.349	8928280	24	-339.637	9011393
	28	-312.302	8890896	28	-334.204	8970374
	32	-301.026	8822489	32	-327.028	8921056
	36	-290.029	8739498	36	-319.274	8867623
	40	-283.682	8683917	40	-314.354	8813449

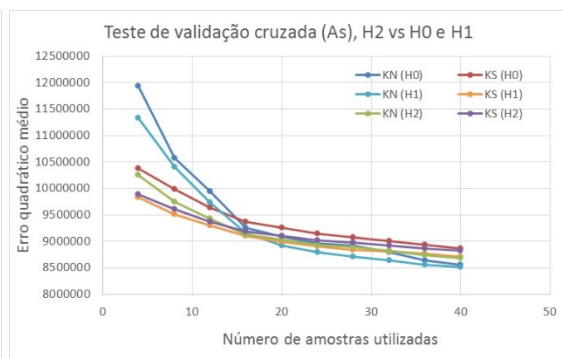
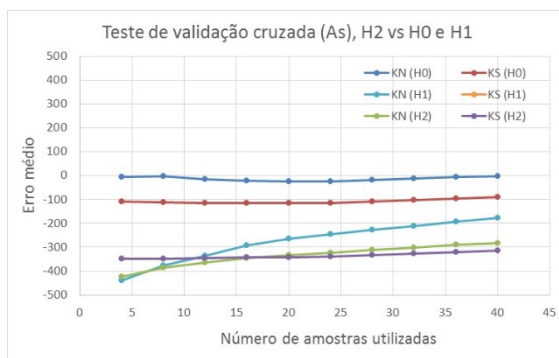


Figura 4.25 – Erro médio (EM) e erro quadrático médio (EQM) relativos ao teste H2, para cada os formalismos de cokrigagem normal e simples, e para vários conjuntos de amostras mais próximas (variável arsênio) e respectiva representação gráfica comparativa com H0 e H1.

4.7.4 H3 – KRIGAGEM SIMPLES COM CALIBRAÇÃO (DADOS DE SONDAGENS E AMOSTRAS DE MINA)

A hipótese de abordagem H3 consiste na realização de estimações por krigagem independentes, primeiro com os dados das sondagens e depois com os dados da mina, e no final a juntarem-se as estimativas segundo uma ponderação linear ótima resultante de uma calibração que tem como objetivo a minimização do EQM. Nesta estratégia as duas fontes de dados não são misturadas e são trabalhadas independentemente. Em todas as estimações foram utilizadas as 20 amostras mais próximas, número este que é bem suportado pelos resultados anteriores.

Conforme explicado no subcapítulo 3.4.2, a ponderação utiliza os ponderadores de krigagem simples (fator de proximidade entre as amostras e a localização a estimar) e um segundo ponderador, designado por β , que reflete o peso das sondagens no modelo final, ou $1 - \beta$ que reflete o peso das amostras de mina.

Na prática, fez-se variar o parâmetro β entre 0 e 1 a intervalos de 0,1 e calcularam-se o EM e o EQM para cada valor testado. Na tabela 4.6 apresentam-se os resultados obtidos para o EQM nas três variáveis estudadas para valores de β entre 0 e 1 a intervalos de 0,1. Já nas figuras 4.26 a 4.28 apresentam-se os resultados do EM e do EQM em função de β para as três variáveis estudadas, assim como representam-se os melhores valores obtidos para EQM nos gráficos anteriores e os valores correspondentes de EM.

Tabela 4.6 – Valores do EQM para as três variáveis estudadas fazendo variar o ponderador β entre zero e um.

	Cu	Zn	As
β	EQM		
0	0.90758	2.41570	9.2482
0.1	0.88947	2.36741	8.97939
0.2	0.87513	2.35261	8.90515
0.3	0.86425	2.35981	8.92551
0.4	0.85673	2.38643	9.02087
0.5	0.85255	2.43156	9.18252
0.6	0.85178	2.49543	9.40743
0.7	0.85464	2.57946	9.69724
0.8	0.86158	2.68713	10.0596
0.9	0.87381	2.82711	10.5164
1	0.93668	3.17266	11.5829

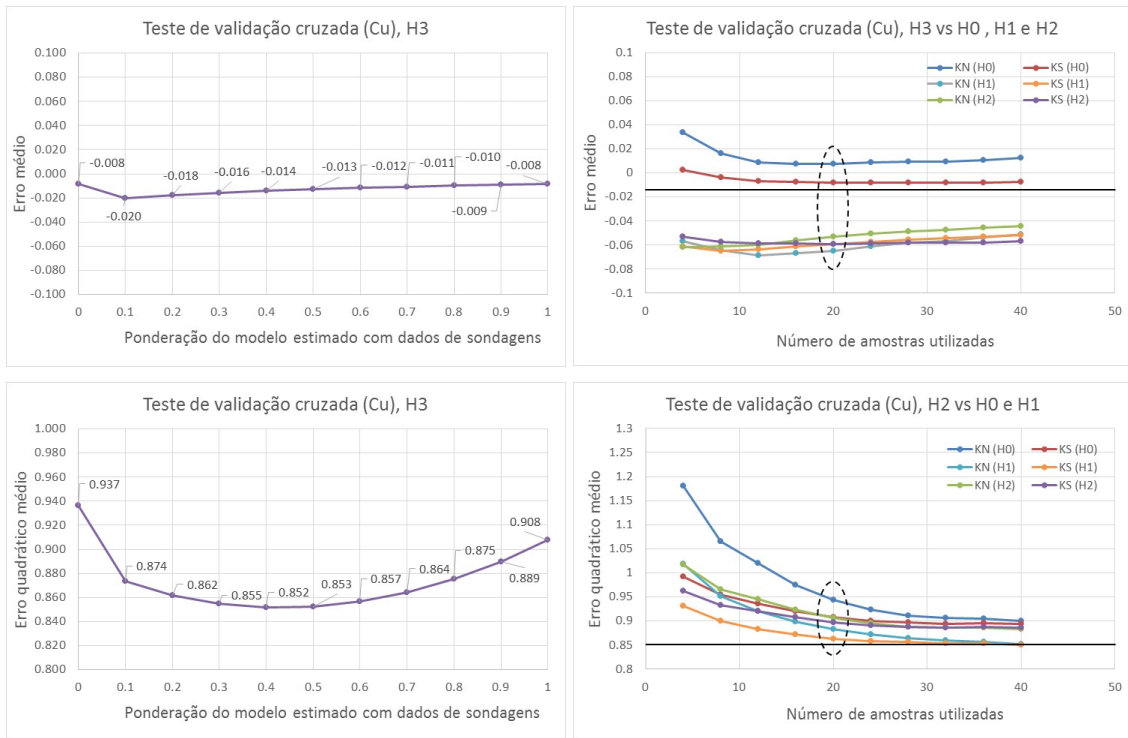


Figura 4.26 – Gráficos do EM e EQM resultantes da estimação independente por KS e ponderação com variação do parâmetro β para a variável cobre (H3)

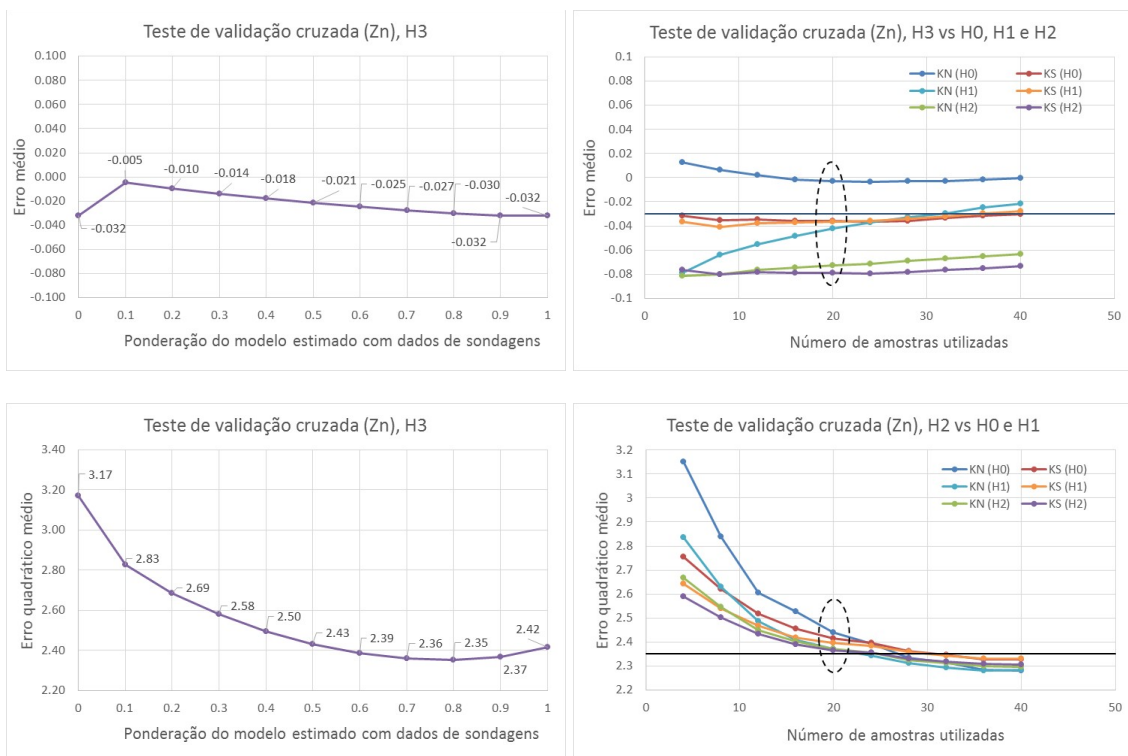


Figura 4.27 – Gráficos do EM e do EQM resultantes da estimação independente por KS e ponderação com variação do parâmetro β para a variável zinco (H3)

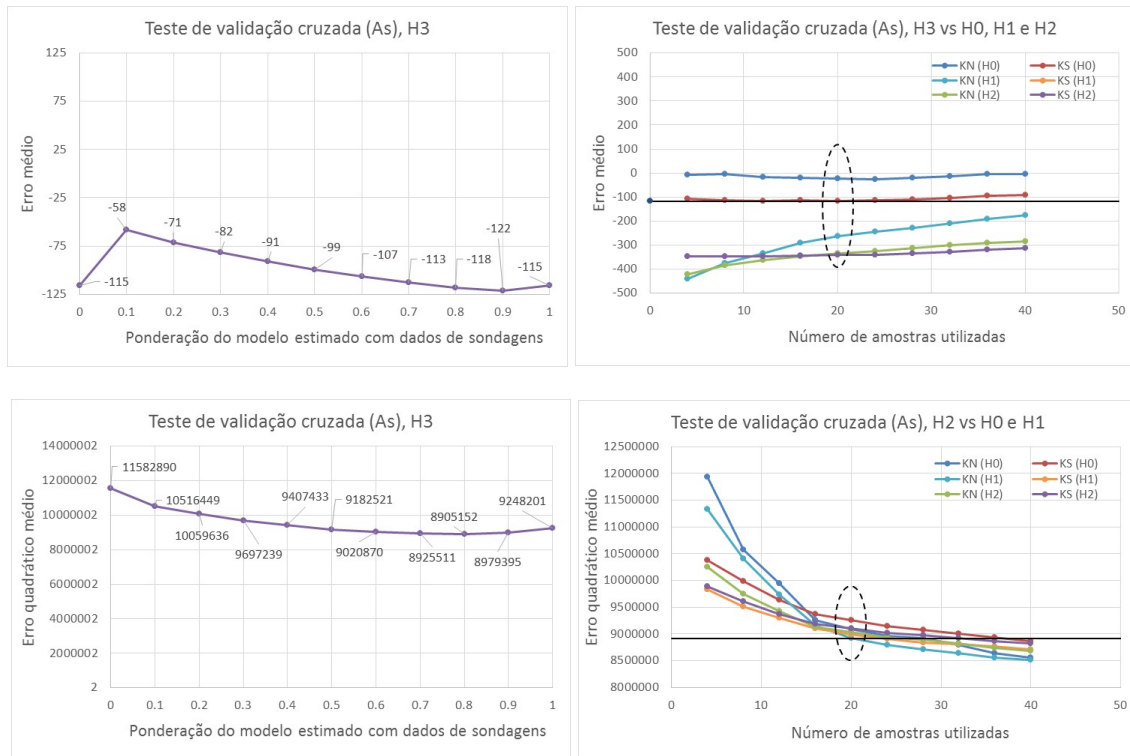


Figura 4.28 – Gráficos do EM e do EQM resultantes da estimação independente por KS e ponderação com variação do parâmetro β para a variável arsénio (H3)

Os resultados proporcionados pelo teste H3 são ligeiramente melhores do que os obtidos por H1 e H2 no que se refere ao EQM e muito melhores no que se refere ao EM e observa-se consistência para todas as variáveis. Para se obter esta melhoria no EM, que é importante para assegurar que não existe enviesamento, os valores estimados com as amostras de mina foram reescalados para a média dos valores estimados obtida para os dados das sondagens.

Para determinar qual das variáveis cobre, zinco ou arsénio tem os menores EM e EQM, calcularam-se os EM e EQM relativos (EMR e EQMR), ou seja, dividiram-se os valores calculados pelas médias e variâncias de cada variável, respetivamente. Na tabela 4.9 sintetizam-se os valores de β por variável assim como os EMR e EQMR.

Tabela 4.7 – Síntese do parâmetro β e dos valores do EMR e EQMR obtidos por variável.

Variável	β	EMR	EQMR
Cobre	0,4	-0.026	0.784
Zinco	0,8	-0.031	0.582
Arsénio	0,8	-0.057	0.621

Os valores de β para o zinco e o arsénio são de 0,8, isto significa que a melhor ponderação dos modelos feitos com as sondagens e as amostras de mina é de 0,8 vs 0,2. A ponderação para estas duas variáveis é a mesma, o que em parte se justifica pela boa correlação já identificada entre estas variáveis. Já para a variável cobre, a melhor ponderação é 0,4 vs 0,6, ou seja, deve ser dado um peso ligeiramente superior às amostras de mina do que às amostras de sondagem. Melhor ponderação significa obviamente EQM menor.

Os valores dos EMR e EQMR são relativamente diferentes para cada variável. A variável com menor EQMR é o zinco, a que se segue o arsénio e por último o cobre. Já em termos do EMR, importa referir que estes valores são baixos, entre 2,6 e 5,7% e ocorrem por outra ordem, comparativamente ao EQM

Estes resultados justificam que não há inconvenientes em misturar as amostras de mina com as amostras de sondagens para atualizar um modelo de teores, e em todos os testes realizados os resultados de considerar os 2 conjuntos foi sempre melhor do que só utilizar as sondagens.

4.8 ESTIMAÇÃO 3D DOS TEORES EM COBRE, ZINCO E ARSÉNIO PARA O VOLUME EM ESTUDO

Neste subcapítulo faz-se a estimação global dos teores em cobre, zinco e arsénio no volume ocupado pelas amostras de mina, utilizando a proposta H3. Um dos resultados parciais desta hipótese é uma estimativa dos teores no mesmo volume, mas só utilizando os dados das sondagens. A malha de blocos utilizada tem a configuração geométrica apresentada na tabela 4.8. Na figura 4.29 mostra-se o enquadramento da malha de blocos (1 413 600 blocos), com as sondagens e os dados da mina numa representação 3D.

Tabela 4.8 – Configuração geométrica da malha de blocos utilizada para a estimação 3D segundo a metodologia H3.

Eixo	Origem	Espaçamento	Nº de blocos
OX	198 121,25	2,5	124
OY	100 776,25	2,5	152
OZ	-572,50	5,0	75

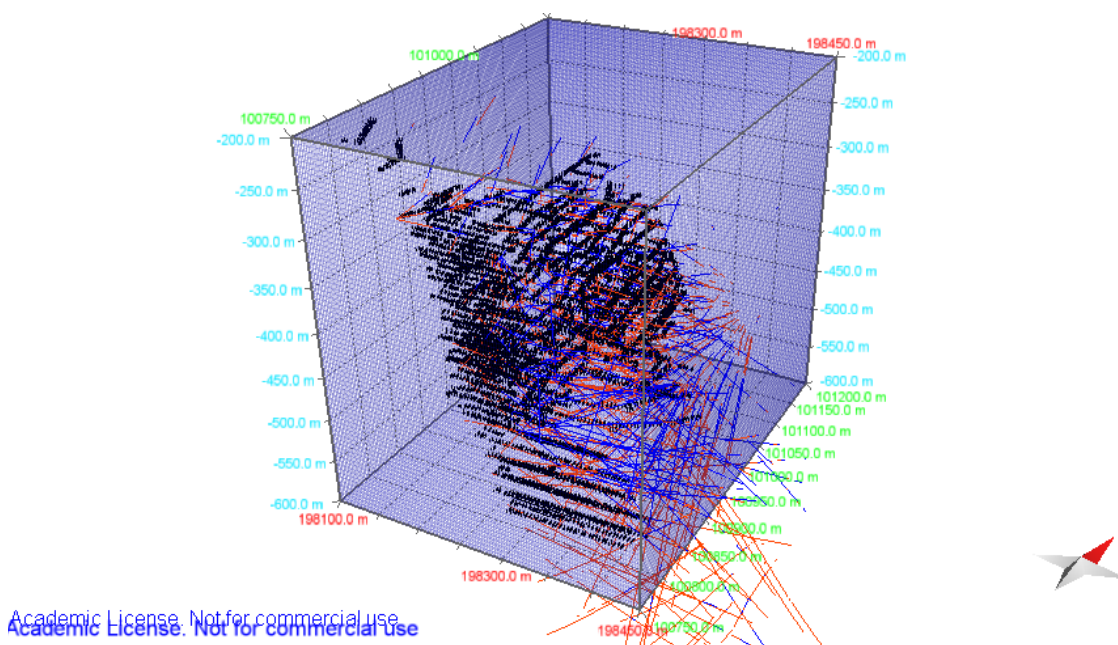


Figura 4.29 – Vista a 3D da malha de blocos sobreposta com as linhas de sondagens (a vermelho litologias de maciço, a azul litologias de stockwork e a cinza as restantes) e os pontos de recolha das amostras de mina (pontos a pretos)

Como as sondagens e as amostras de mina ocupam um sub-volume do modelo de blocos, para fazer a estimação optou-se por selecionar apenas os blocos que estão à menos de 50 metros de uma amostra (sondagem ou mina). Esta distância foi escolhida atendendo às amplitudes ajustadas para os variogramas. Na figura 4.29 mostra-se uma representação 3D de alguns perfis com os blocos já selecionados segundo o critério de distância mencionado. Ao todo foram selecionados 1 120 717 blocos do total de 1 413 600 blocos.

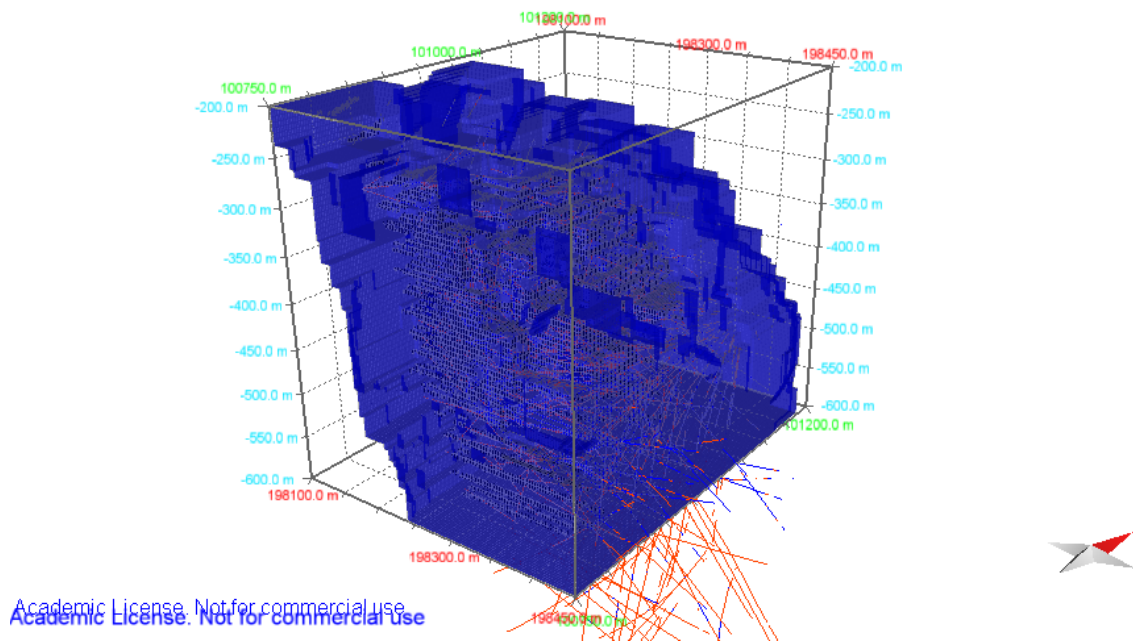


Figura 4.30 – Vista a 3D de alguns perfis EW com os blocos selecionados como estando a menos de 50 metros de uma sondagem ou de uma amostra de mina.

Os resultados da aplicação desta metodologia H3 podem ser visualizados nas figuras 4.31 a 4.33, num perfil intermédio EW (IY=75), respetivamente para os teores em cobre, zinco e arsénio. EM da figura são mostradas 5 imagens, que dizem respeito aos teores estimados com os dados das sondagens e com os dados de mina, depois os pesos de cada uma destas imagens e a última imagem é a do modelo final que resulta da ponderação.

Na tabela 4.9 mostram-se os teores médios de cada uma das imagens parciais e os das imagens finais para cada elemento químico. Na figura 4.34 encontra-se representado um exemplo do modelo de uma malha de blocos 3D para a variável zinco e teores superiores a 2%.

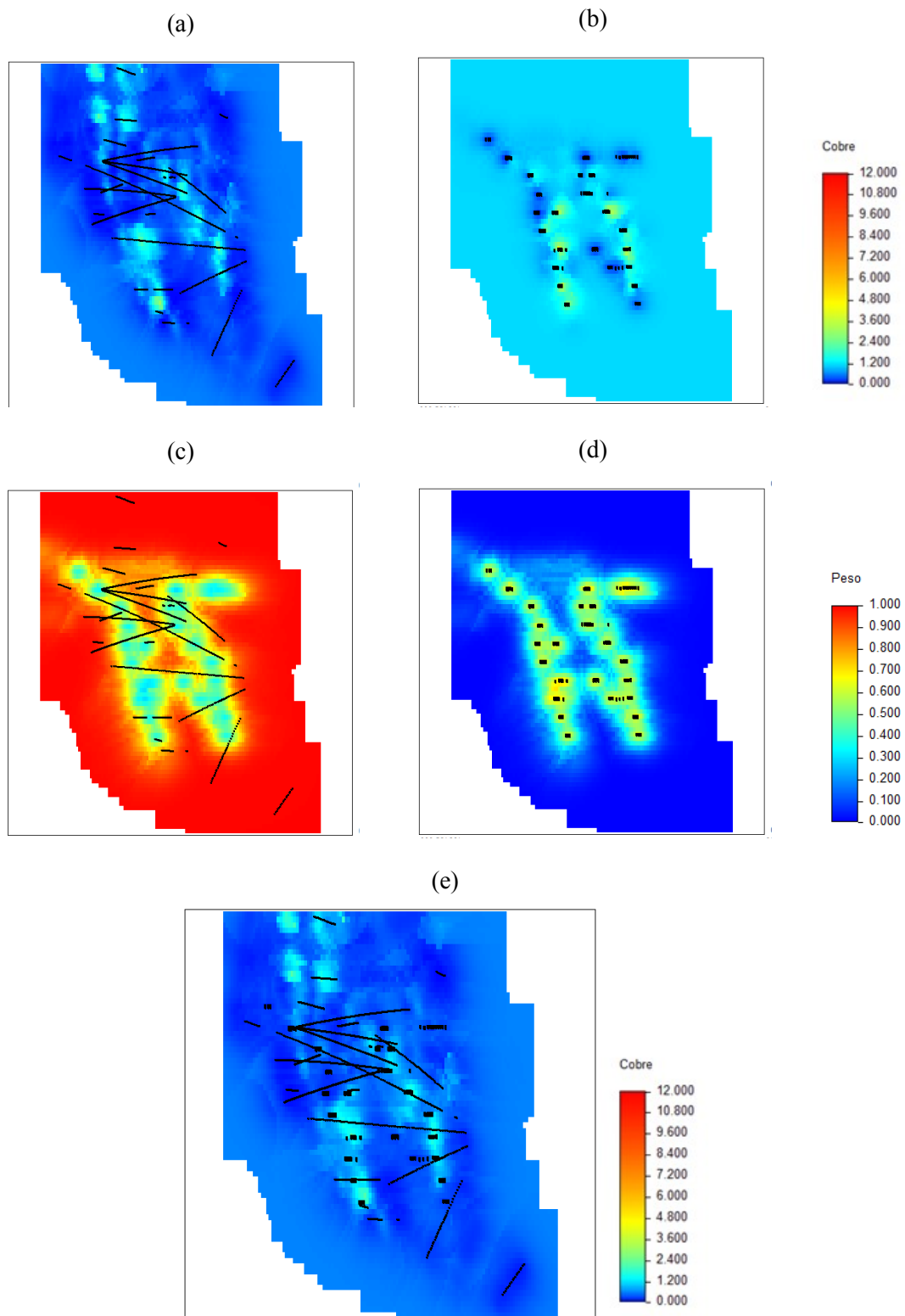


Figura 4.31 – Imagens parciais e imagem final relativas ao modelo de teores em cobre, perfil intermédio EW (IY=75): (a) teores estimados com os dados das sondagens; (b) teores estimados com os dados das amostras de mina; (c) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das sondagens; (d) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das amostras de mina; (e) modelo final dos teores em cobre.

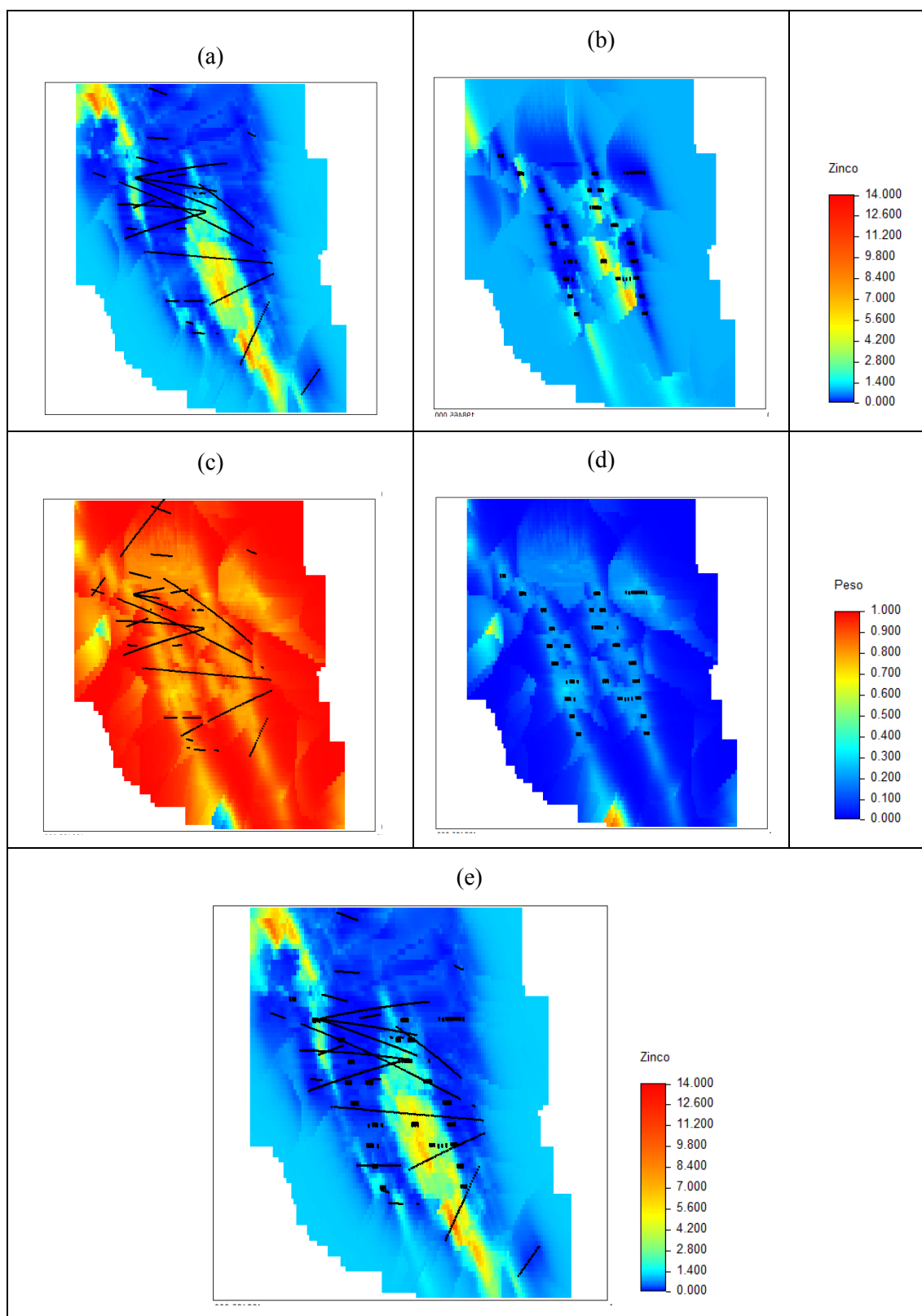


Figura 4.32 – Imagens parciais e imagem final relativas ao modelo de teores em zinco, perfil intermédio EW (IY=75): (a) teores estimados com os dados das sondagens; (b) teores estimados com os dados das amostras de mina; (c) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das sondagens; (d) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das amostras de mina; (e) modelo final dos teores em zinco.

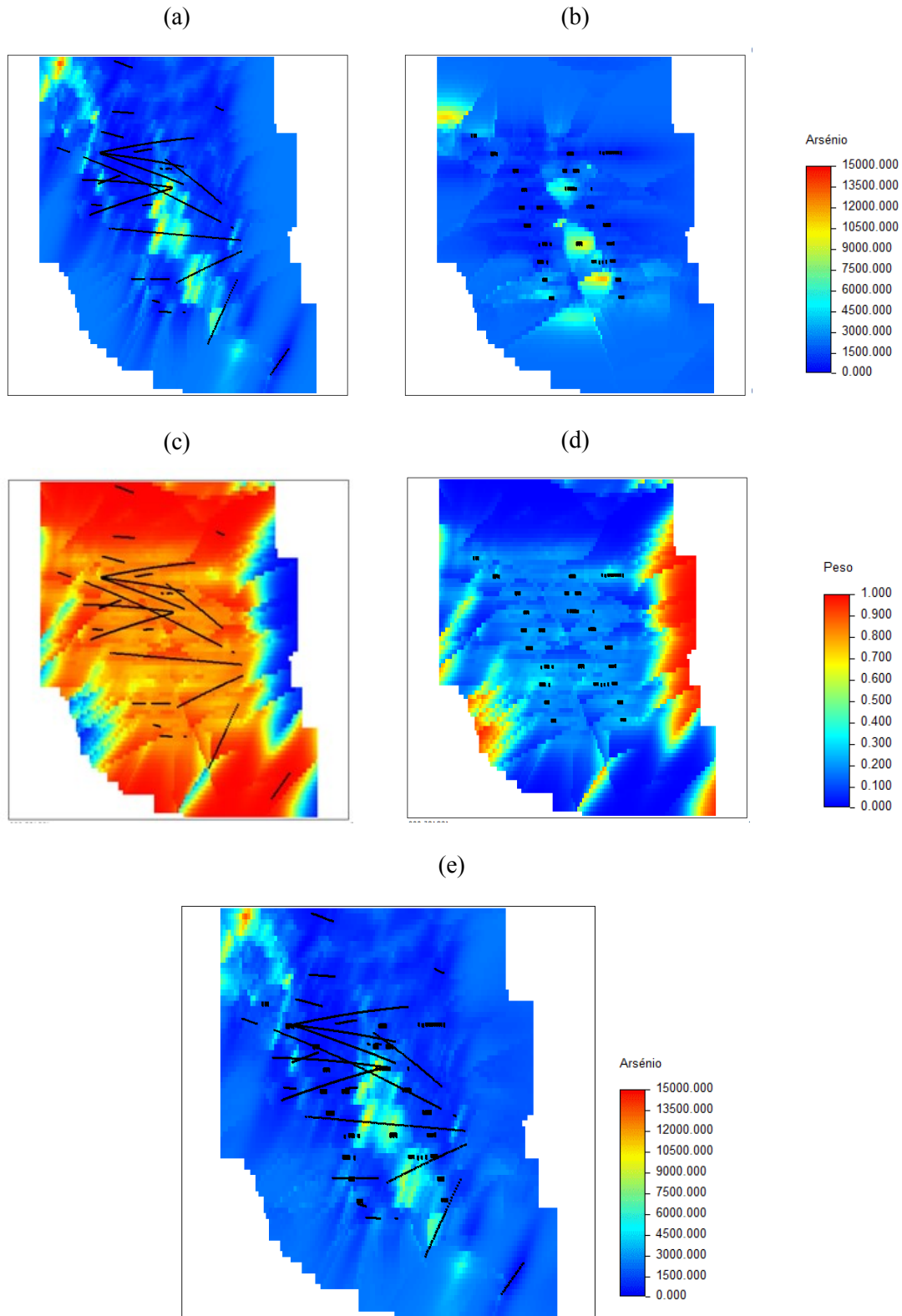


Figura 4.33 – Imagens parciais e imagem final relativas ao modelo de teores em arsénio, perfil intermédio EW (IY=75): (a) teores estimados com os dados das sondagens; (b) teores estimados com os dados das amostras de mina; (c) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das sondagens; (d) ponderadores do modelo de teores estimados com os dados das amostras de mina; (e) modelo final dos teores em arsénio.

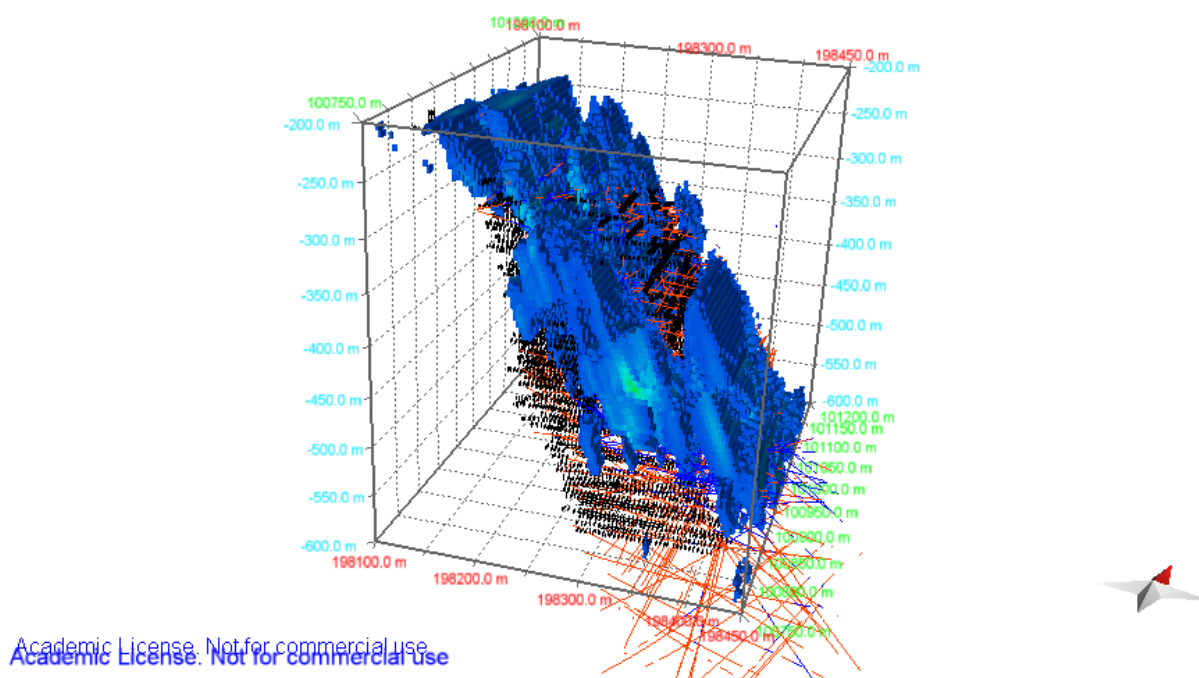


Figura 4.34 - Modelo de blocos 3D para a variável zinco para teores superiores 2%

Tabela 4.9 – Teores médios em cobre, zinco e arsênio para os dados de partida (só no volume do modelo), para cada modelo parcial e para o modelo final ponderado.

Dados / Modelo		Cobre (%)	Zinco (%)	Arsênio (ppm)
Dados de partida	Sondagens	0.557	0.992	2048
	Amostras de mina	1.097	0.905	2156
Modelo estimado	Sondagens	0.499	1.094	2391
	Amostras de mina	1.071	0.995	2297
	Final ponderado	0.572	1.085	2325

Estes resultados mostram que:

1. A metodologia proposta foi aplicada às três variáveis estudadas, cobre, zinco e arsênio.
2. Em todos os casos, a semelhança do modelo final com os modelos iniciais é evidente, verifica-se ainda que, o beta é maior que 0,5 para o zinco e o arsênio, no caso do

cobre beta é 0,4; o modelo de variograma para o cobre é mais contínuo e como que compensa esta diferença.

3. A ponderação atribuída a cada variável / fonte de dados resulta do balanço entre a proximidade estrutural das amostras à localização a estimar e o valor de beta. Proximidade estrutural significa que a distância teve em conta o modelo de variograma (não é uma mera distância euclidiana), nomeadamente as amplitudes, patamares e tipo de função.
4. As amostras e as suas localizações são as mesmas para as três variáveis estudadas, já as ponderações são diferentes apenas porque os modelos de variogramas são diferentes, assim como os valores de beta.
5. As amostras mostram alguns artefactos que resultam do fato de se estar a trabalhar com sondagens e conjuntos de dados alinhados. Para minimizar o aparecimento dos artefactos, uma solução seria desenvolver a metodologia em ambiente de simulação e considerar a imagem média das realizações.
6. Para os resultados do arsénio e para os blocos nas bordas EW mais afastados dos dados, observa-se que a ponderação é um para o modelo das amostras de mina e zero para o modelo das sondagens. Este resultado está correto porque o modelo de variograma dos dados de mina tem maior amplitude do que o modelo calculado com as sondagens, todavia não parece razoável. Assim, ou se restringe a ponderação dos modelos a um volume mais restrito e próximo dos dados ou então tenta-se ajustar modelos de variograma mais semelhantes entre os dados das sondagens e o das amostras de mina.
7. Os valores médios dos modelos finais estão no intervalo de valores dos modelos parciais. No caso do cobre, onde se verifica a maior discrepância entre os valores médios obtidos para as sondagens e para os dados de mina, os valores obtidos são mais próximo do modelo estimado com as sondagens, que prevalece mesmo para valores de beta iguais 0,4. Este facto deve-se à zona de influência das sondagens que prevalece relativamente às amostras de mina.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo estudar três hipóteses de combinar dados de sondagens e dados de amostras de mina para a construção de modelos geológicos 3D de teores, construídos com o formalismo da geoestatística, para depósitos minerais já em exploração e dos quais se dispõe de uma significativa coleção de resultados.

Esta junção de dados só é viável se se confirmar existir correlação entre o teor do mesmo elemento químico medido nas amostras das sondagens e nas amostras de mina. Como não existem dados medidos simultaneamente na mesma localização, foram calculados correlogramas e também correlações de Pearson e Spearman entre valores estimados para localizações próximas comuns. Observou-se existirem correlações significativas para os valores a mesma variável medida em sondagens e dados de mina, e que a correlação vai diminuindo gradualmente com a distância. As correlações são mais elevadas para o zinco, segue-se de perto o arsénio e com menor correlação encontra-se o cobre.

A partir dos resultados dos três testes realizados (mais o teste relativo ao cenário de base que é não utilizar os dados das amostras de mina), é inequívoco que quando se combinam as duas fontes de dados resulta num modelo com menor erro quadrático de estimação (EQM), ou seja, é preferível juntar todos os dados do que usar só uma parte. Importa referir que o protocolo de análise laboratorial dos dois tipos de dados é semelhante, o que é francamente diferente é o critério de escolha dos locais de amostragem. No caso das sondagens segue-se a longo de uma linha “cega” de prospeção (não tendenciosa), já no caso das amostras de mina o plano de amostragem acompanha uma galeria que por sua vez segue o minério (por isso tendenciosa e com agrupamento). Intuitivamente, usar só os dados da amostragem de mina poderia criar enormes enviesamentos na média dos teores, todavia quando se combinam os dois tipos de dados a krigagem provou, em todas as variantes comparadas, ser um bom algoritmo de desagrupamento e de ponderação.

Foram testadas três hipóteses de combinação dos dados. Na hipótese H.1 os dados são combinados antes de se fazer o modelo estimado por krigagem, tratam-se assim todos os dados por igual; na hipótese H.2 os dados são combinados à vez, primeiro usam-se os dados da mina para estimar a localização das sondagens e depois usam-se os dados medidos efetivamente nas sondagens para uma segunda estimação onde os dados estimados na localização das sondagens com as amostras de mina são informação secundária; finalmente, na hipótese H.3 constroem-se modelos em separado para cada um dos tipos de dados e juntam-se os modelos no final de forma ponderada. A hipótese H.1 é a mais expedita e simples de aplicar, todavia não permite comparar os dados de sondagens e de mina para detetar possíveis inconsistências ou desvios locais. A H.2 é, das 3 hipóteses, a mais trabalhosa, mas tem a vantagem de se poder aferir global e localmente

a correlação entre os dados das sondagens e os das amostras de mina. Já a hipótese H.3 é simples de aplicar, implica fazer duas krigagens uma para cada tipo de dados (modelos parciais) a que segue a junção ponderada dos modelos parciais. Se existirem novos dados de sondagens implica fazer só uma estimação, o mesmo se passa se existirem novos dados de mina. De todos os testes, é intuitivo que existem vantagens na escolha de uma alternativa de permita comparar localmente os dois tipos de dados quando eles existem em simultâneo, o que é o caso de H.2 e H.3.

Das três hipóteses testadas, a que mostrou ser um pouco melhor (menor EQM) foi a H.3, que segue, como já mencionado, a estratégia de criar dois modelos por krigagem separados, um para cada tipo de dados, e combinar os dois modelos de forma ponderada no final.

Os dados das sondagens devem ser vistos como tendo características diferentes dos dados da mina, mas ambos têm o mesmo grau de qualidade e caracterizam as mesmas variáveis. Os dados das sondagens são obtidos primeiro, têm uma geometria abrangente e não tendenciosa. São bons para delimitar o depósito mineral e fazer a primeira avaliação de recursos, são tradicionalmente informação de longo-prazo (tempo de vida da mina).

Já os dados de mina só existem se houver interesse no desmonte dos minérios, são dados que surgem depois e complementam localmente a informação das sondagens, atualizando o modelo. Possibilitam uma melhor caracterização local das reservas imediatamente antes de se efetuar o desmonte, é como se fizessem um ajustamento fino dos quantitativos num horizonte temporal de curto-prazo.

A hipótese H.3 testada e proposta como a melhor solução deverá ser alvo de mais testes, nomeadamente a verificação, se o parâmetro β deve ser constante ou pode ser ajustado localmente, assim como entender-se melhor as diferenças entre os modelos parciais e a sua contribuição individual no modelo final.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, J. (1992). Modelos geométricos para caracterização de recursos minerais. Tese de mestrado em mineralurgia e planeamento mineiro, IST, 130p.

Almeida, J. (2010). Modelling of cement raw material compositional indices with direct sequential cosimulation. *Engineering Geology*, vol. 114 (1), pp.26-33.

Almeida, J. (2018). Geoestatística e Tratamento de Dados – Texto de apoio e exercícios com R. FCT-NOVA, 205p.

Barriga, F.J.; Carvalho, D.; Ribeiro, A. (1997) Introduction to the Iberian Pyrite Belt. In *Geology and VMS Deposits of the Iberian Pyrite Belt; Neves Corvo Field Conference; Guidebook Series*; Barriga, F.J., Carvalho, D., Eds.; Society of Economic Geologists: Lisbon, Portugal, Vol. 27, 1-20p.

Caers, J. (2011) *Modeling Uncertainty in the Earth Sciences*; Wiley-Blackwell, John Wiley & Sons Ltd.: London, UK.

Catarino, B. (2009). Modelação tridimensional de uma jazida mineral prospectada por sondagens e objectivando a sua exploração a céu aberto. Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Geológica e de Minas, IST, 84p.

Charifo, G. (2008). Caracterização e avaliação de reservas geológicas do depósito mineral de Farim-Saliquinhé. Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Geológica, FCT-NOVA, 84p.

Charifo, G., Almeida, J.A. (2010) Caracterização e avaliação de reservas geológicas do depósito mineral de Farim-Saliquinhé. *Revista escola de Minas*, vol. 63(3) pp.569-580.

Charifo, G., Almeida, J., Ferreira, A. (2013). Managing borehole samples of unequal lengths to construct a high-resolution mining model of mineral grades zoned by geological units. *Journal of Geochemical Exploration*, vol. 132, pp.209-223.

Charifo, G., Ferreira, A.M., Almeida, J.A., Prian, J.P. (2014) Geochemical and statistical characterization of the phosphate facies of the Farim-Saliquinhé phosphate mineralization (Guinea-Bissau). *Resource Geology* 64 (1), 58-75

Costa, P. (2017). Modelação geológica e de teores do depósito mineral de Feitais, Mina de Aljustrel. Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Geológica, FCT-NOVA, 90p.

Dias, R., Araújo, A., Terrinha, P., Kullberg, J.C. (2013) *Geologia de Portugal. Vol. I: Geologia Pré-mesozóica de Portugal*. Lisboa: Escolar Editora, 807 p.

- Gonçalves, J. (2009). Amostragem Geológica de Sondagens e Frentes de Desmonte. Documento interno ALMINA.
- Goovaerts, P. (1997). Geostatistics for Natural Resources Evaluation, Oxford University Press, 483p.
- Isaaks, E. H. & Srivastava, R. M. (1989). An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, 561 p.
- Matheron, G. (1971). The Theory of Regionalized Variables and Its Applications. Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, Vol. 5, 211p. École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Matias, F. V., Almeida, J. A., Chichorro, M. (2015). A Multistep Methodology for Building Stochastic Model of Gold Grades in the Disseminated and Complex Deposit of Casas Novas in Alentejo, Southern Portugal. Resource Geology 65 (4), 361–374.
- Oliveira, J. T., Dias, R. P. (1998). Livro guia das excursões. 5º Congresso nacional de geologia (p. 231). Lisboa: IGM.
- Oliveira, M., Ferreira, T., Relvas, J.M.R.S., Pinto, A.M.M., Matos J.X. (2013) Lousal, Portugal: Património Geológico e Mineiro de uma antiga mina na Faixa Piritosa Ibérica. Abstract Book, XIV Congreso sobre Patrimonio Geológico y Minero. Castrillón (Asturias). XVIII Sesión Científica de SEDPGYM. pp.66–67.
- Orche, E. (1999) Manual de evaluación de yacimientos minerales. Gráficas Arias Montano, S.A. Madrid, 300p.
- Pohl, W.L. (2016) Economic Geology, Principles and Practice. Wiley Blackwell, 663p.
- Rodrigues, A. (2013). Modelação 3D de teores de depósitos minerais condicionados por tipos de mineralização. O caso de estudo do depósito mineral do Zambujal, Minas de Neves-Corvo. Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Geológica, FCT–NOVA, 70p.
- Rodriguez, R., Jimero, C., Rascon, A., Alamo, L., Villalon, J., Ortega, F., Panizo, R. (1994). Manual de evaluación técnico-económica de proyectos mineros de inversión. Instituto Tecnológico GeoMinero de España.
- Rossi, M.E., Deutsch, C. V. (2014). Mineral resource estimation. Springer Science & Business Media, New York, 331p.
- Sáez, R., Pascual, E., Toscano, M., Almodóvar G.R. (1999). The Iberian type of volcanosedimentary massive sulphide deposits. Mineralium Deposita, vol. 34, pp.549–570.

Sanches, A. (2015). Integração de dados de sondagens e desmontes para a construção de um modelo geológico de um depósito mineral filoniano. Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Geológica, FCT–NOVA, 92p.

Sanches, A., Almeida, J. A., Caetano, P. S., Vieira, R. (2017) A 3D geological model of a vein deposit built by aggregating morphological and mineral grade data. *Minerals* 7 (12), 234.

Silva, D. (2015). Modelação Estocástica do Depósito Mineral do Zambujal (Mina de Neves–Corvo): Contribuição da Densidade como Indicador Morfológico. Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Geológica, FCT–NOVA, 72p.

Silva, D., Almeida, J.A. (2017) Geostatistical Methodology to Characterize Volcanogenic Massive and Stockwork Ore Deposits. *Minerals* 7 (12), 238.

Soares, A. (2006). Geoestatística para as Ciências da Terra e do Ambiente, 232p. IST Press, Lisboa.

Sinclair, A. J., Blackwell, G. H. (2006). Applied mineral inventory estimation. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 381p.

Sites consultados, acesso em Setembro–Outubro 2018

<http://www.almina.pt> Almina

<https://data.dre.pt/eli/lei/11-a/2013/01/28/p/dre/pt/html> Reorganização administrativa do território das freguesias. Diário da República.

<http://www.mun-aljustrel.pt> Município de Aljustrel. (2018). História da Mineração. Aljustrel 2000 anos de mineração.

<https://www.pordata.pt> PORDATA